

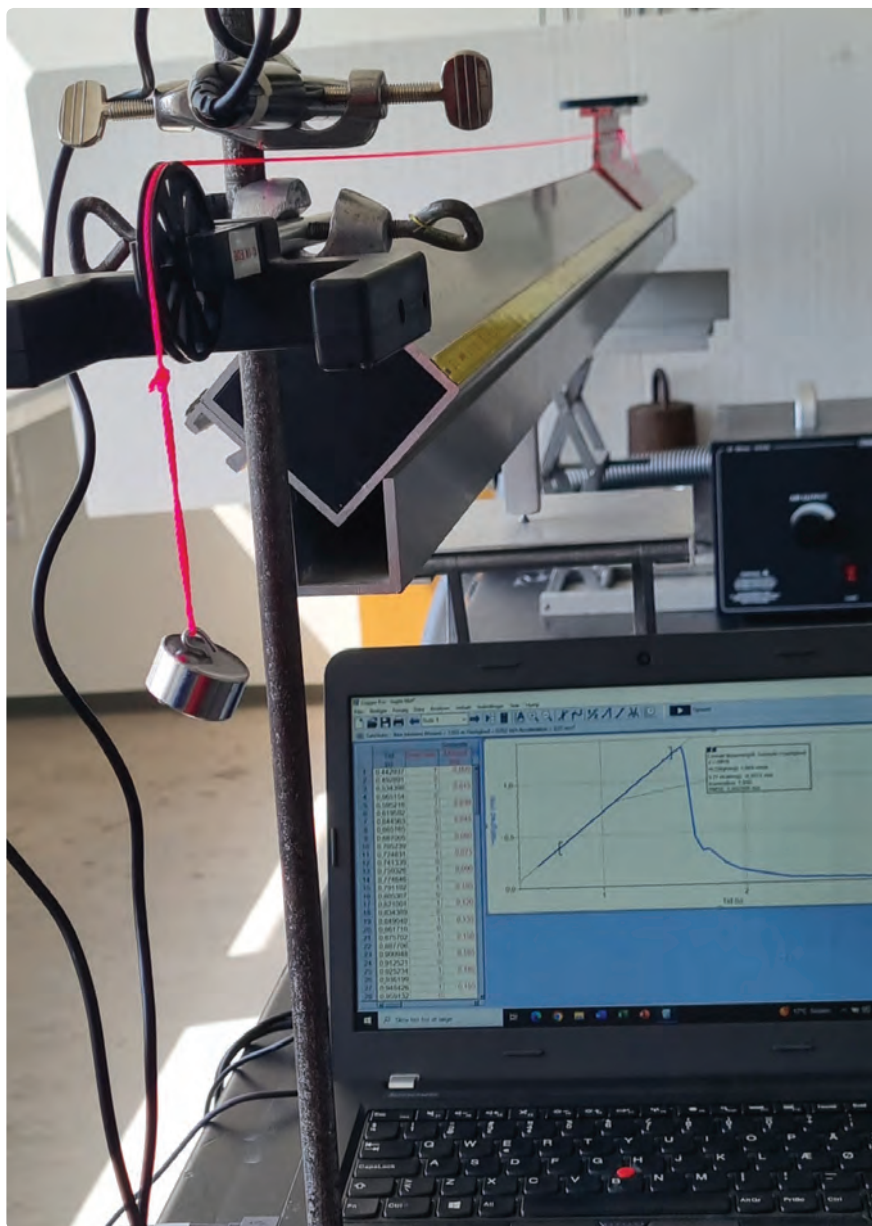
Dopplereffekt i gymnasielaboratoriet

NIELS ERIK WEGGE, Birkerød Gymnasium, nw@birke-gym.dk

Hvad stiller man op, når en elev ønsker at skrive om generel relativitetsteori (GR)? Jeg prøvede til en start at tale ham fra det, fordi jeg synes, at et SRP og – som i dette tilfælde – et Extended Essay¹⁾ i fysik bør indeholde eksperimentelt arbejde, og hvad skulle det dog være? Jeg reklamerede for andre emner, men han holdt fast: Relativitetsteori interesserede ham oprigtigt. Det endte med, at jeg foreslog ham at snævre det store GR-felt ind til noget, der er til at have med at gøre på gymnasieniveau: gravitationel rød- og blåforskydning. Teorien kunne så, tænkte jeg, underbygges med et eksperiment, der måler dopplereffekten fra en accelereret lyd giver: den stigende lydfrekvens for $a > 0$ kan med en vis ret siges at være analog til blåforskydningen af en foton, der ”falder” i et gravitationsfelt. Vel er lyd ikke lys, og vel er dopplerforskydning for bølger i medier ikke det samme som for fotoner i vakuum, men desto mere var der jo så for eleven at skrive om.

Nærværende artikel rapporterer det lyd-forsøg, vi udførte; et forsøg, jeg synes er ret interessant i sig selv, hvad enten man vil bruge det i forbindelse med GR eller ej. I slutningen af artiklen omtaler jeg også kort mit yndlingsforsøg med dopplereffekt ved konstant hastighed; et forsøg, hvor man får god hjælp af en lille robot. Endelig vil jeg henvise til artiklen i LMFK-bladet nr. 2 i 2010, som handler om dopplereffekt i forbindelse med jævn cirkelbevægelse. Dette forsøg involverer en noget mere omfattende teoridannelse og databehandling, men er en god lydalogi til radialhastighedsmetoden ved exoplanet-detektion.

Alle de data der præsenteres nedenfor er mine egne målinger.



Figur 1

Luftpudebane med en lyd giver (mobiltelefon), som accelereres hen mod den mikrofon, der ses i klemeskruen øverst til venstre i billedet. Computerskærmen viser, at bevægelsen har konstant acceleration. Jeg brugte træklodder på 10, 20, 30, 40, 50, 60 og 70 g i forsøget og lavede for en sikkerheds skyld to lydoptagelser for hver af disse syv accelerationer.

Dopplereffekt ved bevægelse med konstant acceleration

Som lyd giver brugte vi en mobiltelefon med en tonegenerator-app. Vi valgte en høj frekvens for at få målbare dopplerforskydninger selv ved lave hastigheder: $f_0 = 10$ kHz. Accelerationen foregik på en luftpudebane og blev målt via en smart-

pulley forbundet til LoggerPro, se figur 1. Lyden blev optaget af en stationær LoggerPro-mikrofon ved høj sampling-frekvens (100 kHz), og de progressivt mere og mere dopplerforskudte frekvenser bestemte vi ved at bede LoggerPro lave fouriertransformation af korte (men ikke for korte) bidder af lydfilen, se figur 2

¹⁾ Extended Essay er for IB (International Baccalaureate), hvad SRP er for STX.

og 3. Da smart-pulley'en ikke kan klare den høje samplingfrekvens, der er nødvendig for lydanalysen, måtte vi bruge to forskellige computere; én til lyden og én til bevægelsen. Herved opstod et bekymrende synkroniseringsproblem: Det er umuligt at starte acceleration og lydoptagelse præcist samtidigt, og derfor kunne vi ikke vide, hvilken fart lydkilden havde til bestemte tidspunkter – og hvordan skulle vi så kunne sammenholde frekvens med fart? Med den dataanalyse, vi valgte, var det heldigvis, som vi skal se, alligevel ikke noget problem.

Teorien bag forsøget er ligetil: Lad t betegne tiden som målt fra lydoptagelsens start og $a > 0$ den konstante acceleration af lydkilden. Farten til tiden t er så $v = at + v_0$, hvor v_0 vel at mærke ikke er farten ved begyndelsen af bevægelsesmålingen. Hvis v_0 er positiv, er v_0 den fart lydkilden allerede havde, da lydmålingen begyndte. Hvis v_0 er negativ, er det, fordi bevægelsen startede efter lydmålingen, og v_0 er så den hastighed lydkilden ville have haft ved lydmålingens start, hvis der havde været konstant acceleration hele tiden.

Forsøgets v -værdier er forsvindende små i forhold til lydens fart c , så dopplerforskydningen kan med god approksimation beregnes som $\Delta f = \frac{v}{c} f_0$, og derfor er

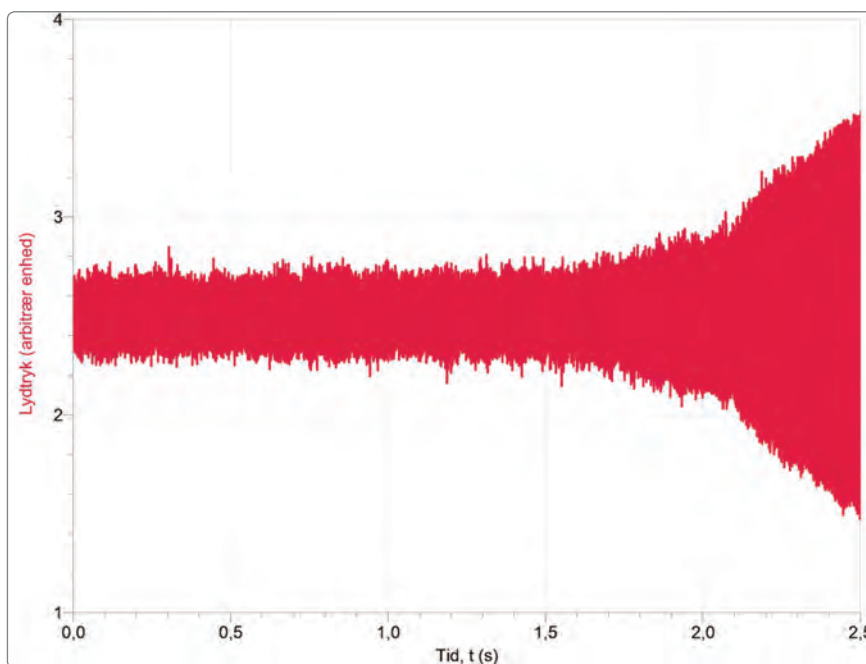
$$\Delta f = \frac{af_0}{c} t + \frac{v_0 f_0}{c} \quad (1)$$

Vi forventer altså, at frekvensændringen Δf (målt i forhold til hvilefrekvensen $f_0 = 10$ kHz) forløber lineært som funktion af t med den interessante hældningskoefficient

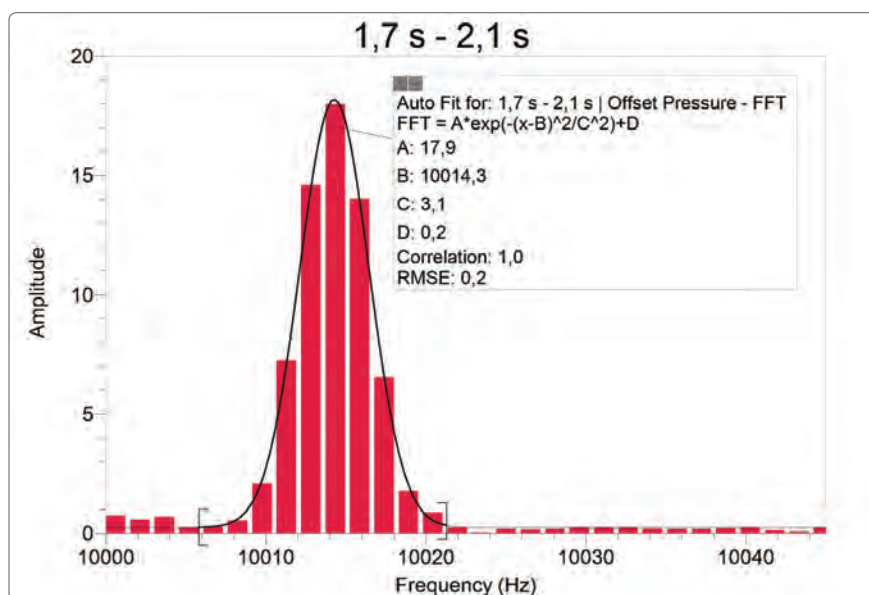
$$m_a = \frac{f_0}{c} \cdot a \quad (2)$$

Andenakseskæringen $\frac{v_0 f_0}{c}$ i (1) interesserer os derimod ikke, da vi jo ikke har styr på v_0 .

Analyse af data fra en enkelt acceleration er spændende i sig selv: Mon $(t, \Delta f)$ -grafen er lineær, og er hældningen virkelig $\frac{af_0}{c}$, som (1) tilsiger? Men når man alligevel er i gang, er det hurtigt og nemt at lave en stribe målinger ved forskellige accelerationer. Afbildes de opnåede hældningskoefficienter m_a som funktion af a , skulle disse metadata iflg. (2) falde



Figur 2
Typisk lydmåling i forsøget. Lyden bliver kraftigere, når lydkilden nærmer sig mikrofonen.



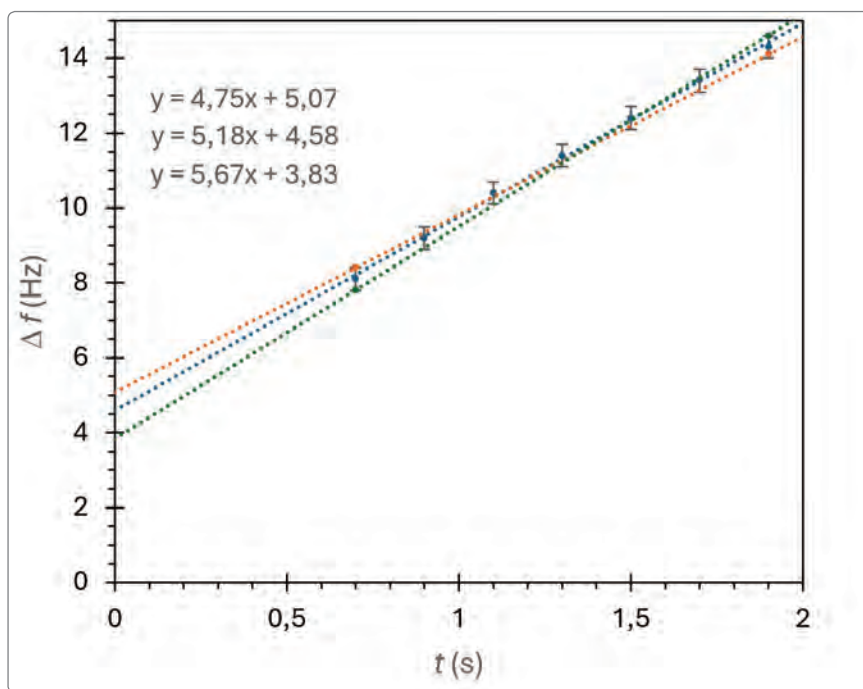
Figur 3
FFT-graf for en bid på 0,4 s fra lydmålingen i figur 2, nemlig tidsintervallet $1,7 \text{ s} < t < 2,1 \text{ s}$. Den dopplerforskydte frekvens er B -værdien i gauss-fittet: $f = 10.014,3 \text{ Hz}$. Vi ved ikke, hvad (gennemsnits)farten er i dette tidsinterval, men vi får et enkelt datapunkt til figur 4, nemlig $(t, \Delta f) = (1,9 \text{ s}, 14,3 \text{ Hz})$. Usikkerheden på Δf vurderes til at være ca. 0,3 Hz; en del mindre end en søjle i diagrammet.

på en ret linje gennem (0, 0) med hældningskoefficient $\frac{f_0}{c}$. Opnås den forventede proportionalitet, står vi med en meget stærk bekræftelse af teorien, og da vi kender f_0 , kan vi tilmed bestemme lydens fart c . Som sagt, så gjort. Min egen undersøgelse gav $311 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} < c < 352 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, se figur 5, hvilket jo er et smukt resultat for målinger udført ved stuetemperatur. Undervejs sås også de forventede lineære og proportionale sammenhænge, se figur 4 og 5.

Dopplereffekt ved konstant hastighed

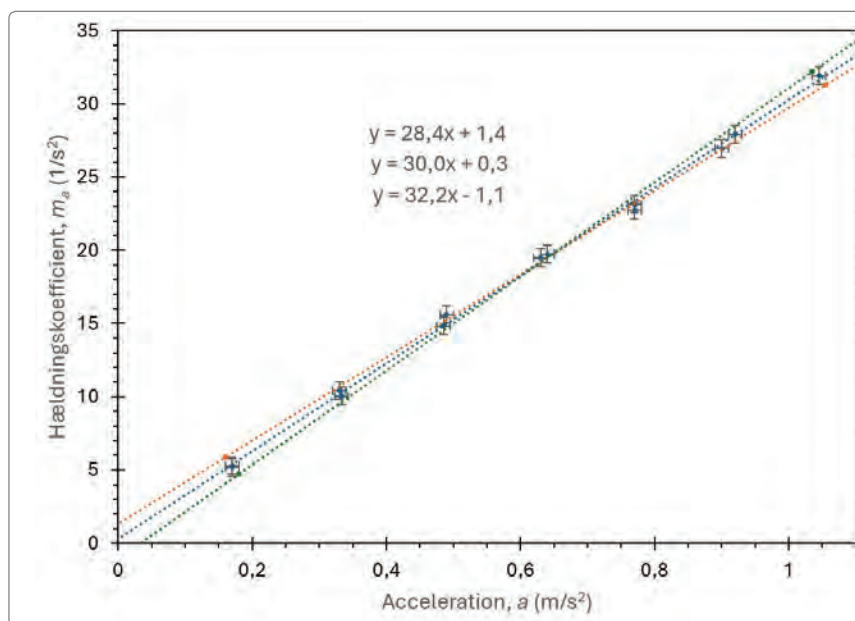
Det kan synes vanskeligt at udføre systematiske målinger på dopplereffekt i gymnasielaboratoriet. Man tænker umiddelbart, at mærkbare frekvensændringer må kræve bevægelse med høj fart, og det er ikke nemt at opretholde en konstant høj fart over tilstrækkeligt store afstande. Ovenstående forsøg kan forhåbentlig inspirere til alligevel at kaste sig over dopplereffekt: Det er muligt at få signifikante resultater ved helt ned under 0,1 % af lydens fart. På Birkerød Gymnasium – hvor vi som rapporteret i adskillige tidligere LMFK-blade ofte bruger robotter i fysikforsøgene, enten som direkte objekt for undersøgelsen eller som ”hjælpere” i forsøgsopstillingen – har vi gode erfaringer med lydforsøg med langsomt kørende robotter. Til forsøg med dopplereffekt lader vi robotten køre hen mod eller væk fra en stationær mikrofon med forskellige konstante hastigheder, se figur 6. Hvis der er en væg bag robotten, vil man pga. ekkoet observere begge frekvenserne $f_0 \pm \Delta f$ samtidigt, se figur 7. Udover eftervisning af proportionaliteten $\Delta f = \frac{v}{c} f_0$ får man anledning til interessante analyser af interferens i forbindelse med uundgåelige refleksioner fra vægge og gulv, se figur 8.

Dette er som nævnt mit eget personlige yndlingsdopplerforsøg, fordi der er så mange aspekter af bølgelære involveret – det kunne være spændende at høre om andre læsers favoritter.



Figur 4

Frekvensmålinger fra syv forskellige tidspunkter i grafen fra figur 2. Det sidste punkt på grafen stammer fra figur 3. Punkterne falder som forventet på en ret linje. Linjen går ikke gennem (0, 0) fordi bevægelsen allerede var i gang da lydoptagelsen startede. Hældningskoefficienten fra denne graf, $m_a = 5,18 \text{ s}^{-2}$, indgår som et enkelt punkt i data-serien til figur 5. Min-max-linjerne ovenfor viser, at der er en usikkerhed på ca. $0,5 \text{ s}^{-2}$ på m_a , altså knap 10 %.

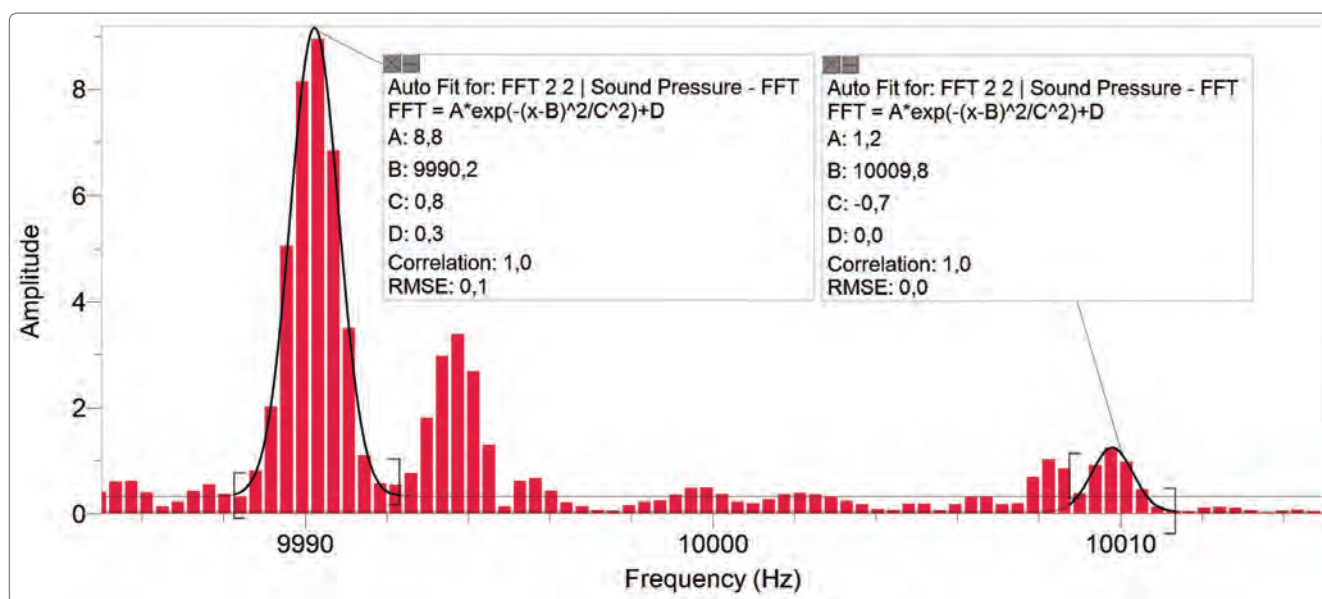


Figur 5

Hældningskoefficienterne m_a fra de lineære (t, Δf)-grafer. Der blev målt ved syv forskellige accelerationer, to målinger for hver. Punktet længst til venstre stammer fra figur 4. Data bekræfter, at m_a er proportional med lydkildens acceleration a , jf. (2), og de indtegnede usikkerhedsintervaller giver anledning til et interval af datakonsistente metahældningskoefficienter: $28,4 \text{ m}^{-1} < f_0/c < 32,2 \text{ m}^{-1}$. Med $f_0 = 10.000 \text{ Hz}$ fås derfor $311 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} < c < 352 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

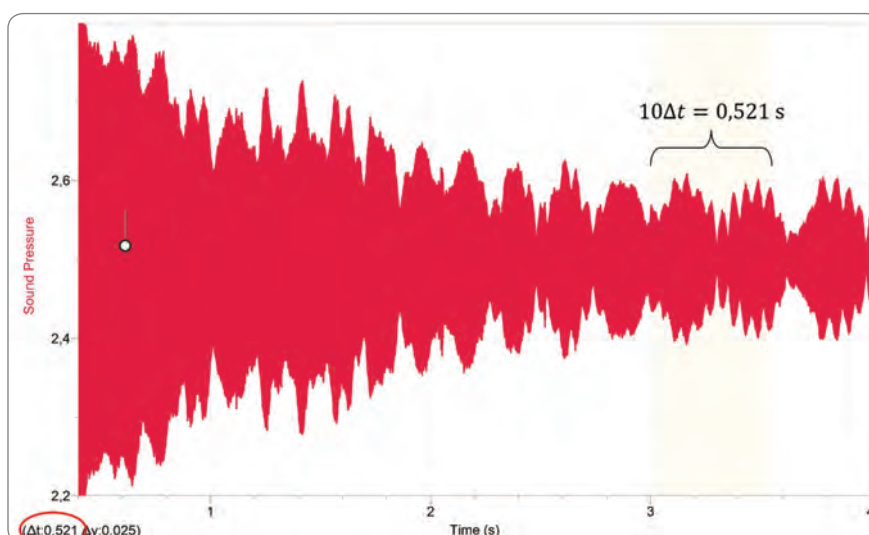
Figur 6

Lydkilden (mobiltlf-app) kører med robotten væk fra mikrofonen hen mod væggen. Hvis mobilens højttaler vender mod væggen, fås et relativt kraftigt ekko, og så måler man begge frekvenserne $f_0 \pm \Delta f$ samtidigt, jf. figur 7.



Figur 7

Fourierspektrum for lyden fra en bevæget lydkilde på $f_0 = 10$ kHz. Lydkilden kører med farten $0,001c = 34$ cm/s væk fra mikrofonen hen mod en væg. Den lave frekvens (9.990 Hz) er den direkte lyd, mens den høje frekvens (10.010 Hz) stammer fra ekkoet fra væggen. De resterende småtoppe skyldes refleksion fra andre genstande og flader i lokalet.



Figur 8

Den rå lyd fra forsøget på figur 6. Opmålingen af de tætliggende toppe på grafen viser, at der er konstruktiv interferens mellem den direkte lyd og ekkoet fra væggen, hver gang robotten har kørt i 0,0521 s. Med farten 0,34 m/s svarer det til afstanden 1,77 cm, i god overensstemmelse med, at en halv bølgelængde ved 25 °C er $\frac{1}{2} \cdot \frac{345 \text{ m/s}}{10000 \text{ Hz}} = 1,73 \text{ cm}$. Udover de mange ækvivalente og tætliggende interferenser ses der en overlejring af interferenser med voksende afstand – de skyldes refleksion fra gulvet.