

# Tilbagespredning i Cs-137 gammaspektrum

## Artikel 3

PETER KJELDEN, Rosborg Gymnasium

### Resume

Nedenfor argumenteres for, at tilbagespredningstoppen primært består af bidrag fra to-trin vekselvirkninger med fotoelektrisk absorption af tilbagespredte comptonfotoner internt i NaI-krystallen og dermed i mindre grad fra vekselvirkninger eksternt i blyafskærmningen.

Typisk vil en to-trin proces i NaI-krystallen registreres som én samlet registrering, da vekselvirkningerne foregår næsten samtidigt. Hvis man alternativt antager, at 10 % af de tilbagespredte fotoner, der absorberes ved fotoelektrisk effekt, registreres selvstændigt, vil det netop kunne redegøre for størrelsen af tilbagespredningstoppen.

Problemet med dette er naturligvis, at tilbagespredningstoppen normalt tilskrives vekselvirkninger med blyafskærmningen, der dog i denne beregning ikke leverer nær tilstrækkeligt med registreringer.

### Tilbagespredte comptonfotoner

Sendes 1000 gammafotoner med energien 662 keV isotropt mod NaI-krystallen i vores gammadetektor, vil ca. 400 passere NaI-krystallen uden at vekselvirke. De møder efterfølgende blyafskærmningen og vekselvirker her stort set alle. Masseabsorptionskoefficienten ved fotonenergien 662 keV i bly er if. NIST database <sup>1)</sup>

$$\frac{\mu}{\rho_{\text{Pb}}} (662 \text{ keV}) = 0,114 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

svarende til en lineær absorptionskoefficient på

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Pb}}^{\text{tot}} (662 \text{ keV}) &= \frac{\mu}{\rho_{\text{Pb}}} (662 \text{ keV}) \cdot \rho_{\text{Pb}} \\ &= 0,114 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \cdot 11,35 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 1,29 \text{ cm}^{-1} \end{aligned}$$

En blyafskærmning med tykkelsen ca. 2 cm absorberer dermed

$$A(2 \text{ cm}) = 1 - e^{-1,29 \text{ cm}^{-1} \cdot 2 \text{ cm}} = 0,92 = 92 \%$$

<sup>1)</sup>  $\mu/\rho_{\text{Pb}} (600 \text{ keV}) = 0,1248 \text{ cm}^2/\text{g}$ ,  $\mu/\rho_{\text{Pb}} (800 \text{ keV}) = 0,0887 \text{ cm}^2/\text{g}$  if. NIST Database [physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ElemTab/z82.html](https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ElemTab/z82.html)

<sup>2)</sup>  $Z = 82$ ,  $\rho_{\text{Pb}} = 11,35 \text{ g/cm}^3$ ,  $\sigma_{\text{Ctot}} (E_\gamma = 662 \text{ keV}) = 0,253 \text{ barn}$  og  $M = 207,2 \text{ g/mol}$

<sup>3)</sup>  $\mu/\rho_{\text{Pb}} (200 \text{ keV}) = 0,9985 \text{ cm}^2/\text{g}$ , NIST Database

Den lineære absorptionskoefficient for comptonspredning ved fotonenergien 662 keV er <sup>2)</sup>

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Pb}}^{\text{Compton}} (662 \text{ keV}) &= \\ Z_{\text{eff}} \cdot \rho \cdot \frac{N_A}{M} \cdot \sigma_{\text{Ctot}} (E_\gamma = 662 \text{ keV}) &= 0,684 \text{ cm}^{-1} \end{aligned}$$

og dermed er Branching Ratio for comptonspredning:

$$Br_{\text{Compton}} (E_\gamma) = \frac{\mu_{\text{Compton}} (E_\gamma)}{\mu_{\text{tot}} (E_\gamma)} = \frac{0,684 \text{ cm}^{-1}}{1,29 \text{ cm}^{-1}} = 0,53 \cong 50 \%$$

For de 400 fotoner, der rammer blyafskærmningen uden at have vekselvirket med NaI-detektoren, gælder derfor, at de stort set alle efterfølgende vekselvirker med blyafskærmningen, og at halvdelen af vekselvirkningerne sker ved comptonspredning dvs. ca. 200 spredte comptonfotoner.

Blandt de ca. 200 comptonspredte fotoner vil en lille brøkdel have vekselvirket ved en Head-On kollision med en løst bundet elektron i blyafskærmningen. Disse fotoner sendes samme vej ud af blyafskærmningen, som de kom ind, men nu med en reduceret fotonenergi omkring 184 keV.

For blyafskærmningen gælder, at den lineære absorptionskoefficient ved fotonenergien 200 keV er <sup>3)</sup>

$$\mu_{\text{Pb}}^{\text{tot}} (200 \text{ keV}) = 11,33 \text{ cm}^{-1}$$

hvilket svarer til en middelfri vejlængde på kun

$$\frac{1}{\mu_{\text{Pb}}^{\text{tot}} (200 \text{ keV})} = \frac{1}{11,33 \text{ cm}^{-1}} \cong 0,9 \text{ mm}$$

Tilbagespredte fotoner fra Head-On kollisioner i blyafskærmningen absorberes derfor stort set i blyafskærmningen, med mindre comptonspredningsprocessen er sket tæt på overfladen.

### Middelfri vejlængde

Hvis fotoner sendes gennem et materiale, vil antallet af vekselvirkninger i afstand  $(x, x + \Delta x)$  være givet ved (se Figur 1)

$$I(x) - I(x + \Delta x) = -\Delta I(x) \cong -I'(x) \cdot \Delta x$$

Brøkdelen af fotoner, der vekselvirker i afstand  $(x, x + \Delta x)$  er dermed

$$\frac{I(x) - I(x + \Delta x)}{I_0} \cong -\frac{I'(x)}{I_0} \cdot \Delta x$$

Da intensiteten som funktion af tilbagelagt vej  $x$  er givet ved

## Forløbsklare bøger med flerfaglige emner til fx NV

Med opgaver, oplæg til eftertanke og praktiske undersøgelser både i bøger og på hjemmeside

**FAKTISK** Praksis og metode i naturvidenskab

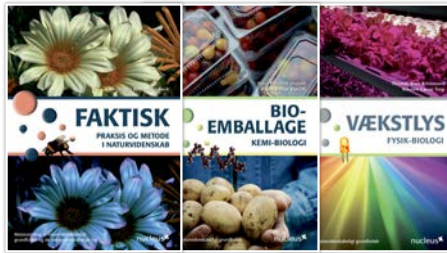
**BIOEMBALLAGE** Kemi-Biologi

**VÆKSTLYS** Fysik-Biologi

**CHILI** Biologi-Kemi

**INSEKTER SOM MAD** Biologi-Kemi

**VARME** Fysik og Naturgeografi



**Temahæfte:** pBog kr. 50, eBog kr. 30

**FAKTISK – ressourcebog, 96 sider:**

pBog kr. 100, eBog kr. 60

**Pakke med hver af seriens seks bøger:**

pBog kr. 280, eBog kr. 170

**Alle priser er excl. moms.**



Serien med ressourcebog og to temahæfter opfylder sammen alle kravene til NV på stx og htx.

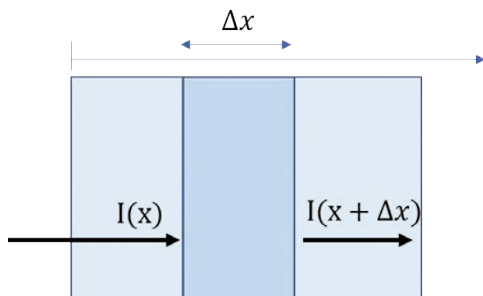
Delene kan bruges fleksibelt – i NV, i fagenes metode-træning og i de flerfaglige forløb inkl. basal videnskabsteori frem mod SRP/SOP.

Fra sommer 2020 indgår de seks bøger også samlet i iBogen 'NV-BOGEN'.

**nucleus** 

nucleus forlag · Lundingsgade 33 · 8000 Aarhus C · 86190455

Bøgerne kan købes på [www.nucleus.dk](http://www.nucleus.dk)



Figur 1  
Svækkelse af elektromagnetisk stråling i stof

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-k \cdot x}$$

gælder at brøkdelen af fotoner, der vekselvirker i afstanden  $(x, x + \Delta x)$ , er

$$-\frac{I'(x)}{I_0} \cdot \Delta x = k \cdot e^{-k \cdot x} \cdot \Delta x$$

Sandsynligheden for vekselvirkning som funktion af tilbagelagt vej  $x$ , er dermed

$$P(x) = k \cdot e^{-k \cdot x}$$

og om sandsynlighedsfunktionen gælder, at

$$\int_0^{\infty} P(x) \cdot dx = \int_0^{\infty} k \cdot e^{-k \cdot x} \cdot dx = 1$$

Middelværdien for tilbagelagt vej, den såkaldte middelfri vej-længde, er givet ved

$$\bar{x} = \int_0^{\infty} x \cdot P(x) \cdot dx = \int_0^{\infty} x \cdot k \cdot e^{-k \cdot x} \cdot dx = \frac{1}{k}$$

For de indkommende fotoner i blyafskærmningen med energien 662 keV gælder, at antallet af vekselvirkninger i dybden  $(x, x + \Delta x)$  er givet ved

$$400 \cdot 1,29 \text{ cm}^{-1} \cdot e^{-1,29 \text{ cm}^{-1} \cdot x} \cdot \Delta x$$

Da ca. 50 % af vekselvirkninger i blyafskærmningen ved fotonenergien 662 keV er comptonspredninger, og da kun ca. 5 % af comptonspredningerne er næsten Head-On kollisioner, er antallet af tilbagespredte comptonfotoner skabt i dybden  $(x, x + \Delta x)$  givet ved

$$0,05 \cdot 0,50 \cdot 400 \cdot 1,29 \text{ cm}^{-1} \cdot e^{-1,29 \text{ cm}^{-1} \cdot x} \cdot \Delta x$$

På vejen tilbage mod NaI-krystallen er den lineære absorptionskoefficient nu  $\mu_{\text{pb}}^{\text{tot}}(200 \text{ keV}) = 11,33 \text{ cm}^{-1}$ , hvilket betyder, at antallet af fotoner, der undslipper blyafskærmningen fra dybden  $x$ , er

$$\left(0,05 \cdot 0,50 \cdot 400 \cdot 1,29 \text{ cm}^{-1} \cdot e^{-1,29 \text{ cm}^{-1} \cdot x} \cdot \Delta x\right) \cdot e^{-11,33 \text{ cm}^{-1} \cdot x}$$

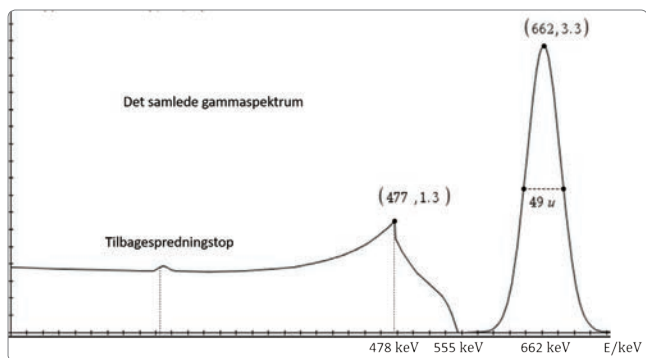
Det totale antal fotoner, der vender tilbage til NaI-krystallen efter næsten Head-On kollisioner er nu givet ved

$$\int_0^{2 \text{ cm}} \left(0,05 \cdot 0,50 \cdot 400 \cdot 1,29 \text{ cm}^{-1} \cdot e^{-1,29 \text{ cm}^{-1} \cdot x}\right) \cdot e^{-11,33 \text{ cm}^{-1} \cdot x} \cdot dx \cong 1$$

I NaI-krystallen antages de tilbagespredte fotoner at vekselvirke fuldstændigt med krystallen og heraf sker ca. 70 % af vekselvirkningerne ved fotoelektrisk effekt. Bidraget til tilbagespredningstoppen er derfor knap én registrering.

Med opløsningen  $\Delta E_{\text{FWHM}} / E_{\text{top}} \cong 0,08$ , og  $E_{\text{top}} = 190 \text{ keV}$ , fås  $\Delta E_{\text{FWHM}} \cong 14 \text{ keV}$ , der som tidligere modelleres med en passende normalfordeling.

Denne fordeling adderes til det tidligere beregnet gammaspektrum, hvilket giver nedenstående gammaspektrum for Cs-137.

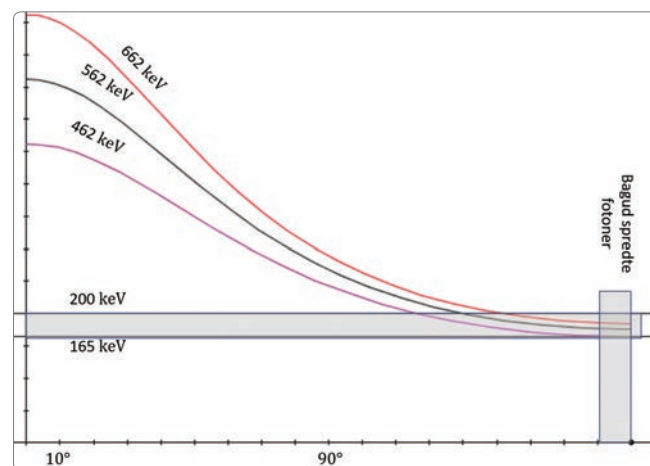


Figur 2  
Gammaspektrum for Cs-137.

### Diskussion

Tilbagespredningstoppen er alt for lille i sammenligning med det eksperimentelle spektrum, så der må være bidrag, der hidtil ikke er medregnet.

Betragter man energien af de comptonspredte fotoner ved forskellige fotonenergier for den indkommende foton, fås nedenstående graf.



Figur 3  
Energin af de comptonspredte fotoner ved forskellige vinkler og for tre forskellige primære fotonenergier.

Det interessante ved Figur 3 er, at de comptonspredte fotoner, der spredes bagud efter at have vekselvirket ved en næsten Head-On kollision, alle har energier tæt på 165 – 200 keV for indkommende fotonenergier i et energiinterval omkring 462 keV – 662 keV.

Det betyder, at de fotoner fra basisfordelingen, der vekselvirkede svagt ved den primære comptonspredning, efterfølgende vil bidrage med tilbagespredte fotoner til NaI-krystallen omkring tilbagespredningstoppen.

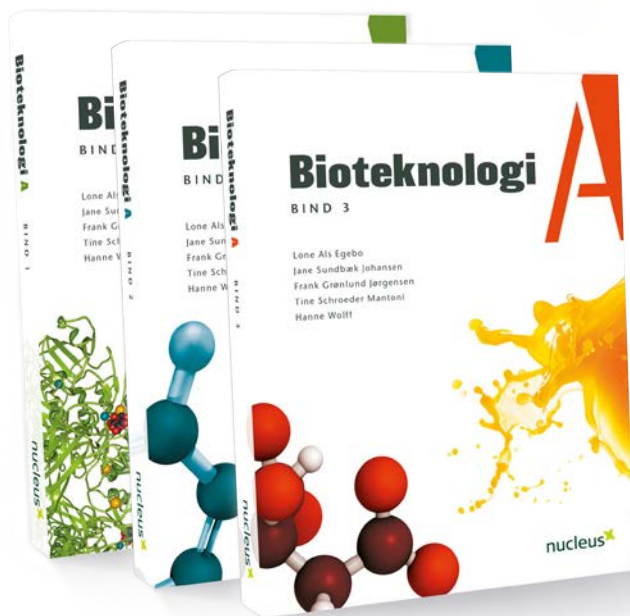
Omregnes basisfordelingen fra elektronenergifordeling til en tilsvarende fotonenergifordeling for de comptonspredte basisfotoner ved variabelskift:

$$E_{\gamma'} \rightarrow (662 \text{ keV} - E_{\gamma'})$$

fås grafen som ses Figur 4.

Man observerer tydeligt, at de spredte comptonbasisfotoner, der efterfølgende forlod NaI-krystallen uden yderligere vekselvirkning, har overvejende stor energi.

Eksempelvis er antallet af spredte comptonbasisfotoner med energier i intervallet 462 keV – 662 keV 126, hvilket betyder, at blyafskærmningen i stedet for 400 fotoner med energien 662 keV bestråles af omtrent 526 fotoner med energier i intervallet 462 keV – 662 keV.



## Forfattere

Lone Als Egebo, Jane Sundbæk Johansen, Frank Grønlund Jørgensen  
Tine Schroeder Mantoni og Hanne Wolff.

**nucleus**

nucleus forlag · Lundingsgade 33 · 8000 Aarhus C · 86190455

**Bioteknologi A – bind 3** afslutter serien af nye grundbøger til bioteknologi A (stx). Seriens tre bøger dækker tilsammen kernestof og udvalgt supplerende stof.

Bind 3 indeholder følgende 11 kapitler:

- Anvendt bioinformatik – sekvensanalyse
- Oprensning og analyse af proteiner
- Hormoner
- Forplantning og fosterdiagnostik
- Økotoxikologi
- Immunforsvaret
- Antibiotika og resistens
- Carbohydrater og fotosyntese
- Enzymtyper og carbohydraternes intermedieære stofskifte
- Reaktionshastighed og enzymkinetik
- Stamceller, genregulering og kræft

Til bogserien hører en omfattende mængde supplerende materialer der kan findes på bøgernes hjemmesider på [www.nucleus.dk](http://www.nucleus.dk).

**Bind 1 - p-bog kr. 300, e-bog kr. 80**

**Bind 2 - p-bog kr. 330, e-bog kr. 95**

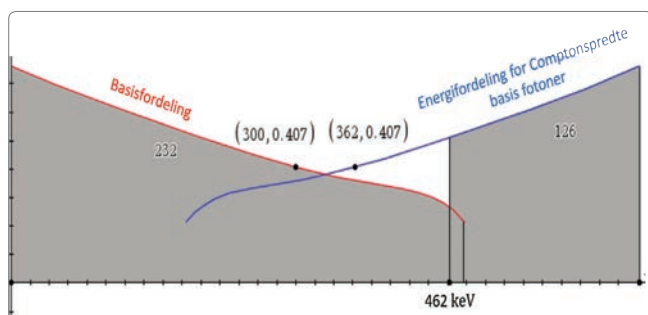
**Bind 3 - p-bog kr. 320, e-bog kr. 90**

(Priser ekskl. moms)

**Bøgerne kan købes på [www.nucleus.dk](http://www.nucleus.dk)**

Da procentdelen af tilbagespredte comptonfotoner fra blyafskærmningen er omtrent den samme for alle fotoner med energier i intervallet 462 keV – 662 keV dvs. ca. 5 % bliver beregningen af bidraget til tilbagespredningstoppen blot multipliceret med faktor  $\frac{526}{400} = 1,3$ .

Med 70 % absorptionsrate ved fotoelektrisk effekt for de tilbagespredte fotoner med energier i intervallet omkring 184 keV fås (igen) omtrent én registrering til fototoppen.



Figur 4  
Energifordelingen for de comptonspredte basisfotoner.

Det er klart, at ovenstående beregninger er usikre, og man skal derfor passe på med at drage for vidtgående konklusioner på

baggrund af resultaterne. Imidlertid er det svært at få øje på, hvor bidragene til fototoppen skulle komme fra, hvis ikke man medtager bidrag fra de interne processer.

Hidtil er det i beregningen antaget, at to-trin vekselvirkninger foregår så hurtigt, at detektoren ikke opdager to næsten samtidige processer, men adderer bidragene fra de to scintillationer i én samlet registrering. Den antagelse forstærkede fototoppen fra en alt for lille top til en top af rimelig størrelse i sammenligning med det eksperimentelle spektrum, og har derfor allerede vist sin gyldighed.

Man kunne dog foreslå, at en lille procentdel af de to-trin vekselvirkningerne, der hidtil er antaget at bidrage til fototoppen, måske af detektoren blev registreret som to adskilte processer.

Fra tidligere er det beregnet, at sekundære absorptioner ved fotoelektrisk effekt bidrog med hele 116 registreringer til fototoppen, og at netop de tilbagespredte fotoner helt overvejende bidrog til fototoppen.

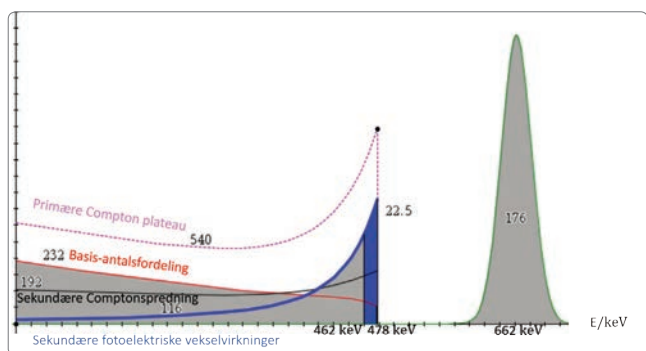
Tæthedsfunktionen for de sekundære registreringer som funktion af elektronenergi  $T$  er tidligere bestemt til

$$540 \cdot f_{\text{elek}}(T, E_\gamma = 662 \text{ keV}) \cdot \text{Abs}_{1,8 \text{ cm}}(662 \text{ keV} - T) \cdot \text{Br}_{\text{foto}}(662 \text{ keV} - T)$$

og grafen ses på Figur 5 (markeret med blå).)

Her ser man tydeligt, at det især er de højenergetiske registreringer tæt på Comptonkanten, der giver anledning til tilbagespredte fotoner, kraftigt reducerede fordelingen til fordel for sum-registreringer i fototoppen.

Kigger man eksempelvis på registreringer i energiintervallet 462 keV – 478 keV, svarende til tilbagespredte fotoner med energier i intervallet 184 keV – 200 keV, er der hele 22,5 registreringer, der flyttes fra Comptonkanten til fototoppen.

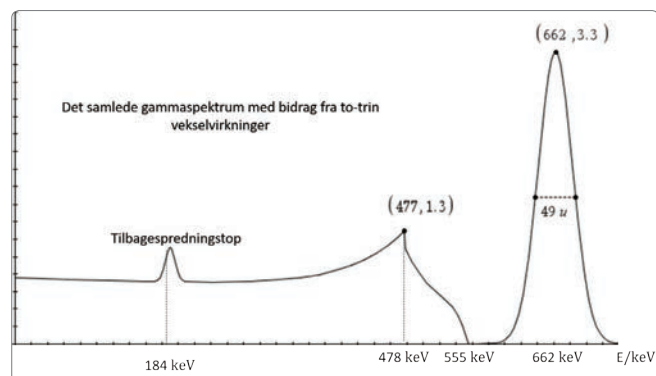


**Figur 5**  
Energifordelingen for de registreringer, der sekundært vekselvirker ved fotoelektrisk effekt.

Hvis man derfor antager, at eksempelvis 10 % af de 22,5 registreringer netop ikke når at forene scintillationer men i stedet registreres hver for sig, vil der være et ekstra bidrag til tilbagespredningstoppen på 2,5 registrering. Med den ene registrering fra de(n) tilbagespredte fotoner fra blyafskærmningen fås spektret i Figur 6, hvor tilbagespredningstoppen nu er langt

mere markant og dermed i bedre overensstemmelse med det eksperimentelle gammaspektrum.

For fototoppen er tabet på 2,5 registreringer uden nævneværdig betydning, der derfor i det væsentlige beholder størrelsen.



**Figur 6**  
Gammaspektrum for Cs-137 med 10 % bidrag fra interne to-trin vekselvirkninger.

Problemet med denne model er selvfølgelig, at tilbagespredningstoppen nu primært får sine bidrag fra interne to-trin vekselvirkninger, og ikke som man normalt fortæller, fra blyafskærmningen. Omvendt viser beregningerne, at der tydeligt mangler fotoner i spektret, hvis man kun medtager bidrag fra blyafskærmningen.

Helt sikkert er det i hvert fald, at en Head-On Comptonspredning og efterfølgende fotoelektrisk absorption efterlader to elektroner i NaI-krystallen, der bevæger sig modsat af hinanden og potentielt med størst mulig afstand i krystallen.

Om det er en forklaring, ved jeg ikke, men hvis antagelsen er forkert, er der et hidtil overset og glemt bidrag til tilbagespredningstoppen.

## Vidste du, at

simulerings- og modelleringsprogrammet FPro3 kan downloades og afprøves gratis frem til 1. september 2020?

Find programmet på: [fys.dk/FPro3](http://fys.dk/FPro3)