

Nogle betragtninger i anledning af et 100 års jubilæum

HANS ERIK SCHRØDER, pensioneret lektor

I sommeren 1912 var seksogtyveårige Niels Bohr, til dels i et samspil med professor Rutherford, allerede langt fremme med de tanker og overvejelser, der senere udmøntede sig i afhandlingen *On the Constitution of Atoms and Molecules*, offentliggjort i *Philosophical Magazine* fra juli 1913. Jeg har taget det forestående 100 år som en anledning til at genlæse den. Og reflektere over den. Den kan i øvrigt findes på nettet (kan googles med søgeordene *on the constitution etc.*).

I 1912 var der også andre, der gik med de samme tanker, og Bohr var klar over, at det hastede, hvis han skulle komme først med en model for atomet, der med succes inkorporerede Plancks såkaldte virkningskvant. Bohr kom som bekendt først, selv om manuskriptets vej omkring professor Rutherford forsinkede det med måneder.

Men mens eftertiden, ud over de to postulat, især har hæftet sig ved kvantiseringen af impulsmomentet, nævnes det sjældent at udgangspunktet for første del af den trilogi, som det blev til, faktisk var et andet, nemlig en sammenkædning af den af atomet udsendte strålings frekvens ν med elektronens omløbsfrekvens f i dens bane (næsten) som Maxwell kræver det. Modsat Thomson, Jeans, Nicholson og mange andre, så slap Bohr godt fra det – som udgangspunkt.

Bohrs idé er at behandle brintatomet, uanset at det er et andet potential, i størst mulig analogi med en Planck-oscillator med energi

$$W = \tau h f \quad \tau = 1, 2, 3 \dots$$

hvor f er oscillatorens svingningsfrekvens og h Plancks konstant.

Bohr betragter således et system bestående af en atomkerne (ladning E) og én elektron (ladning e og masse m). Elektronen tænkes indfanget fra stor afstand ($W = 0$) under afgivelse af energimængden W , som herefter også betegnes som atomets energi (egentlig ioniseringsenergi), og elek-

tronen tænkes herefter at udføre en cirkelbevægelse (radius a) omkring kernen uden at der bortstråles energi. For sådan et system kan man af Coulombs lov sammenholdt med energien W ved cirkelbevægelsen i Coulombfeltet,

$$k_C \frac{eE}{a^2} = ma4\pi^2 f^2 \quad \text{og}$$

$$W = k_C \frac{eE}{2a}$$

ved at eliminere a udlede følgende udtryk for elektronens omløbsfrekvens f :

$$f = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{W^{3/2}}{k_C e E \sqrt{m}} \quad (1)$$

Jeg har her indføjet Coulombkonstanten k_C , som er lig med 1 (ubenevnt) i cgs-enheder, som Bohr anvendte, men jo ikke i SI-enheder, og jeg har brugt bogstavet f for omløbsfrekvensen i stedet for Bohrs ω .

Så langt er alle cirkler tilladte, eller ingen hvis man tager energiudstråling i betragtning. Men her indfører Bohr så, i en formel analogi til Plancks oscillator, selv om f nu ikke er konstant, en *kvantiseringsbetingelse*, som udvælger netop de cirkelbaner, hvor atomets energi W er et helt multiplum af $hf/2$:

$$W_\tau = \tau h \frac{f_\tau}{2} \quad \tau = 1, 2, 3 \dots \quad (2)$$

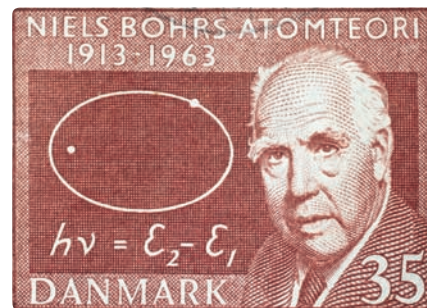
Ved nu at eliminere $f (= f_\tau)$ af (1) og (2) fås følgende udtryk for $W_\tau (= W)$

$$W_\tau = k_C^2 \frac{2\pi^2 m e^2 E^2}{\tau^2 h^2} \quad (3)$$

som for brintatomet, hvor $E = e$, giver (med nutidige talværdier for h , e og m)

$$\begin{aligned} W_\tau &= k_C^2 \frac{2\pi^2 m e^4}{\tau^2 h^2} \\ &= \frac{2,178 \cdot 10^{-18} \text{ J}}{\tau^2} = \frac{13,6 \text{ eV}}{\tau^2} \end{aligned}$$

Det er hermed, ved hjælp af Plancks konstant h , lykkedes Bohr at give atomet en (længde-)dimension. Med $\tau = 1$ defineres således en grundtilstand (*permanent state*) med (ioniserings-)energien 13,6 eV, som giver atomet en radius a på 0,53 Å,



Frimærket til højre er graveret af den polsk-svenske kunstner Czeslaw Slania, som fra 1962 lavede en lang række særfrimærker for Postvæsenet. Det udkom med pålydende 35 øre, som var almindelig brevporto i 1963, og 60 øre. I 1985 udkom et mindefrimærke med Niels og Margrethe Bohr 1885–1985.

men for $\tau = 2, 3$, etc. defineres tillige en række højere energitilstande (*stationary states*) med større radius. Og på grundlag af denne succes formulerer Bohr nu i det væsentlige det, der siden er kaldt *de to postulat*.

Men hvorfor faktoren $1/2$ i kvantiseringsregelen (2)? Og hvad med den afgivne energi ved indfangningen af elektronen? Denne energi antager Bohr afgives som stråling med frekvensen ν , men Bohr betragter herefter i virkeligheden to forskellige mulige sammenhænge mellem frekvensen ν og elektronens omløbsfrekvens f , svarende til to mulige tolkninger af kvantiseringsbetingelsen

$$W = 1/2 \tau h f$$

Den ene mulighed, som Bohr indledningsvis lader os tro på er, at der ved elektronindfangningen udsendes τ fotoner, ville vi sige – Bohr kalder dem *Planck's energy-quanta*, hver med energien $h\nu$. Med $W = 1/2 \tau h f = \tau h \nu$ bliver fotonens frekvens ν så lig med elektronens halve omløbsfrekvens i den bane, som elektronen indfanges i, altså $\nu = 1/2 f$. Men $f/2$ er jo elektronens middelfrekvens under indfangningen, idet frekvensen er nul for elektronen i stor (ubundet) afstand, argumenterer Bohr. Altså er der herved etableret en meget direkte overensstemmelse mellem elektronens omløbsfre-

kvens f og strålingens frekvens ν , netop det som alle ønskede sig. Og faktoren $\frac{1}{2}$ er begrundet.

Men der er, som Bohr senere anfører det, flere vægtige indvendinger mod denne tolkning, som han herefter betegner som en *foreløbig overvejelse*. Budskabet er, måske med beklagelse, at båndet mellem f og ν må løsnest yderligere.

Bohr vælger så den anden mulighed, som er, at den frigjorte energi i stedet udsendes som én enkelt foton med en frekvens $\nu = \tau f / 2$ (af $W = \tau hf / 2 = h\nu$). Det betyder, at hvis elektronen indfanges i den inderste cirkel bliver strålingens frekvens ν godt nok lig med elektronens halve omløbsfrekvens $f_1 / 2$ i denne bane, men ved indfangning i den næst inderste cirkel bliver ν lig med to gange elektronens halve omløbsfrekvens $f_2 / 2$, herefter tre gange $f_3 / 2$ etc., næsten som overtoner. Bohr nævner her Fourier. Efter 1924 kunne man måske tænke på deBroglie?

Ved hjælp af ligningen (3) for W_τ udleder Bohr nu Rydbergs formel

$$\nu = k_C^2 \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3} \left(\frac{1}{\tau_2^2} - \frac{1}{\tau_1^2} \right) \quad (4)$$

med Rydbergs konstant udtrykt ved naturkonstanter. Bohr formulerer herefter, omend implicit, det som han senere har kaldt *korrespondensprincippet*, her kravet om overensstemmelse mellem elektronens omløbsfrekvens f_N i en bane hvor $\tau = N$ og strålingens frekvens ν_N ved overgangen fra tilstanden $\tau_1 = N$ til $\tau_2 = N - 1$, hvor N er et stort tal (dvs. $\nu_N / f_N \rightarrow 1$ for $N \rightarrow \infty$). Et krav som er opfyldt med de opstillede ligninger.

Betragter man overgange fra $\tau_1 = N$ til $\tau_2 = N - n$ (hvor $n \ll N$), får man for den udsendte strålings frekvens tilsvarende

$$\nu = n f_N$$

altså strålingsfrekvenser på $f_N, 2f_N, 3f_N$ etc. ved spring på et, to, tre trin etc. Endelig anfører Bohr så at kvantiseringsbetingelsen $W = \frac{1}{2}\tau hf$, med brug af, at $W = \frac{1}{2}mv^2 = \pi f M$ (hvor $M = mva$ er impulsmomentet) for cirkelbevægelsen, kan omskrives til

$$M = \tau M_0 \quad \text{hvor} \quad M_0 = h / (2\pi)$$

altså som en *kvantisering af impulsmomentet*. Inden for modellens rammer er de to formuleringer af kvantiseringsbetingelsen, $W = \frac{1}{2}\tau hf$ eller $mva = \tau h / (2\pi)$, ækvivalente.

Men hvorfor så overhovedet den oprindelige formulering (2)? Hvorfor tog Bohr udgangspunkt i den? Sempelthen fordi det var den vej han selv var kommet. Men måske også fordi den var mere spiselig for den samtid, som Bohr henvendte sig til, mens impulsmomentformuleringen har vist sig mere nyttig for eftertiden.

At det var ad den vej Bohr selv var nået til sine resultater, fremgår af det såkaldte *memorandum*, som Bohr skrev til Rutherford i Manchester i sommeren 1912 før sin afrejse hjem til København, og hvori han skitserer sine idéer. I memorandumet skitserer Bohr sin opfattelse af atomers og molekylers opbygning – illustreret med håndtegninger: atomet består af en kerne og et antal elektroner, der danner en eller flere ringe der roterer om kernen. Et molekyle indeholder to eller flere atomkerner, og elektronerne danner roterende ringe dels om kernerne, dels vinkelret på linjer der forbinder atomkernerne.

Og så det vigtigste: Bohr antager, at for enhver elektron i en stabil ring er der et bestemt, fast forhold mellem dens kinetiske energi og rotationsfrekvensen. Denne relation, $W = Kf$, er den første formulering af kvantiseringsbetingelsen (2) i den senere afhandling. Men Bohr er endnu ikke sikker på værdien af K og angiver i memorandumet (hvor der dog mangler en side som er bortkommet) ikke nogen talværdi. Men ved en tilbageregning mener Leon Rosenfeld at kunne vise, at Bohr satte $K = 0,6h$ i sine beregninger.

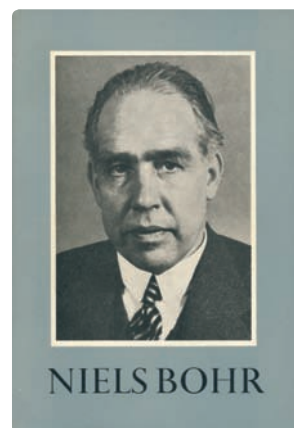
Men i 1913-afhandlingen er det vigtigt for Bohr at faktoren K er præcist $\frac{1}{2}h$, hvilket jo hele det efterfølgende formelapparat hviler på. Bohr viser derfor omhyggeligt, ud fra korrespondensprincippet og i sammenhæng med de ovenfor omtalte grænseværdibetragtninger, at hvis en kvantiseringsbetingelse som (2) kan skrives på formen $W = f(\tau)hf$, så er $f(\tau) = \frac{1}{2}\tau$,

eller mere præcist: at der er korrespondens, hvis og kun hvis $f(\tau) = \frac{1}{2}\tau$.

En anden vigtig ting er, at det fremgår implicit af memorandumet, men endda eksplicit af et brev til Rutherford så sent som 31. januar 1913 (delvist gentaget i et brev til Hevesy 7. februar 1913), at Bohr kun interesserer sig for grundtilstande (stabile tilstande) af atomer og molekyler. Der er ikke et ord om spektre. Og det menes i øvrigt at Bohr slet ikke kendte Balmers formel for det synlige brintspektrum. Det er mærkeligt eftersom Bohr var en særdeles flittig læser af videnskabelige tidsskrifter, hvori man finder mange (forgæves) forsøg på at forklare spektrene, herunder Balmer-spektrret. Men det er helt vidnefast, at Bohr i februar 1913 kom til at tale spektre med sin jævnaldrende kollega H M Hansen, som netop skrev disputats om spektre, og at H M Hansen gjorde Bohr opmærksom på Balmers formel, og da "*stod det hele mig straks klart*", er Bohr citeret for. Bohr havde alt det øvrige på plads, kun denne sidste brik manglede. Er det tænkeligt at Bohr (selvfølgelig) kendte Balmers formel, men at det først var ved H M Hansens præsentation af den, i den rigtige kontekst, at dens mulige konsekvenser pludselig gik op for ham?

Så fik Bohr travlt! Og 6. marts 1913 blev første del af Trilogien postet fra København til Rutherford i Manchester. Herefter fulgte, samtidigt med at Bohr færdiggjorde anden og tredje del, måneders kamp for at undgå forkortelser i manuskriptet!

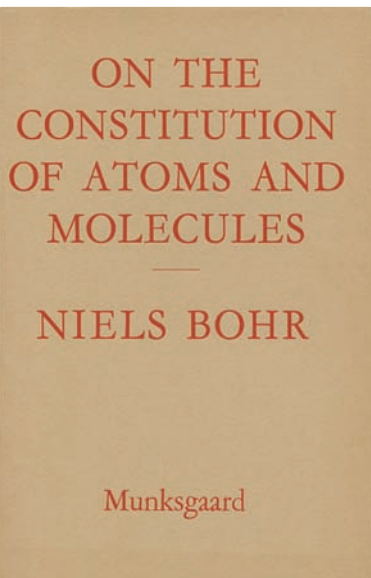
I 1963 havde Bohrs model for atomet så 50 års jubilæum, og i den anledning udkom en (hel!) bog alene dedikeret dette



NIELS BOHR

emne: *Niels Bohr: On the Constitution of Atoms and Molecules*, Munksgaard Ltd. Copenhagen, W A Benjamin Inc., New York, antageligt, desværre, nok næsten uopdrivelig i dag. Bogen indeholder en introduktion skrevet af Leon Rosenfeld, dele af memorandet til Rutherford samt den tredelte afhandling, Trilogien. Det er denne bog jeg har baseret mig på i det foregående.

Bohr var afgang ved døden året før, og i den anledning udkom en erindringsbog: *Niels Bohr, hans liv og virke fortalt af en kreds af venner og medarbejdere*, J H Schultz Forlag 1964, og i hvert fald mindst én biografi (Ruth Moore). Flere bøger kom så omkring Bohrs 100 år i 1985.



Med hensyn i øvrigt til Trilogien, så indeholdt dens anden del (som også kan googles) bl.a. et første forsøg på en teori for det periodiske system samt en teori for det karakteristiske røntgenspektrum og for radioaktive henfald. Tredje del omhandler molekyler og bevæger sig nok på mere usikker grund, men får nok alligevel betydning for andre, eksempelvis Linus Pauling, elev hos Bohr i tyverne.

À propos i øvrigt det ovennævnte år 1963, så var det vist også (cirka) det år, at væsentlige dele af Bohrs model for atomet fik plads i gymnasiets fysikpensum.