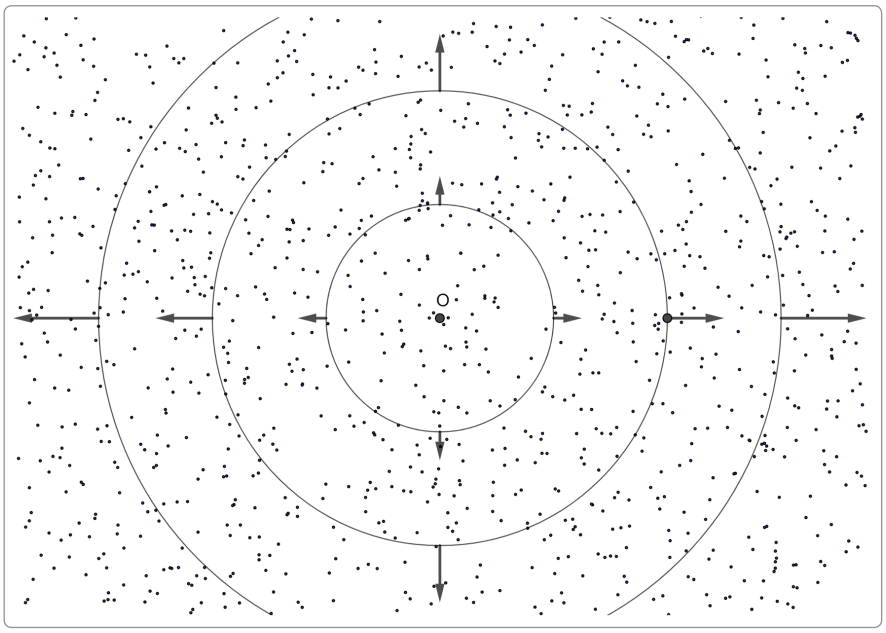
Elementer af Milne–modellen for Universet

Børge L. Nielsen, www.borgeleo.dk

Milnemodellen er opstillet af *Edward Arthur Milne* i 1935. Modellen opfylder i GR–koordinater (se nedenfor) kravene til homogenitet og isotropi – *det kosmologiske princip*.

I *Milne–modellen* er der ingen gravitationskræfter, og derfor er galaksernes hastigheder konstante. De manglende gravitationskræfter gør det muligt at anvende ikke bare det sædvanlige beskrivelsessystem med egentid og egenafstand, men også et specielt relativistisk beskrivelsessystem.

Så selv om modellen ikke svarer til det observerede Univers, giver den et værdifuldt syn på det beskrivelsessystem, der som regel anvendes i kosmologien, herunder tilsyneladende overlyshastigheder for galakserne, der optræder i alle modeller med et uendeligt Univers og Hubbles lov gældende.



Figur 1
Milne–modellen i GR–koordinater. Universet er uendeligt, 'galakse'–tætheden er konstant i rummet, og Hubbles lov gælder.

I Milne–modellen kan vi oversætte galaksehastighederne til det mere kendte lorentzsystem (SR, speciel relativitet), hvor den maksimale hastighed er c, og dermed besvare spørgsmålet: Bevæger galaksen sig hurtigere end lyset?

Da der ingen gravitationskræfter er, kan vi beskrive hele Universet på to måder:

- Ved en GR (general relativitet)–model, hvor afstandene i Universet er egenafstande, dvs. at afstanden mellem to galakser A og B er summen af lokalt definerede egenafstande/hvileafstande mellem de galakser, der befinder sig mellem A og B og som følger hubbleflowet. Tiden er egentiden for den enkelte galakse, der følger hubbleflowet.

  I dette system er Hubbles lov gældende, jf. figur 1.

- Ved en SR (speciel relativitet)–model, hvor hele Universet er dækket af et enkelt lorentzsystem, er Universet endeligt, begrænset af afstanden $x = c \cdot t$, hvor t er universets alder, jf. figur 2.

Milne–modellen (GR) er lorentzsystemet (SR) beskrevet i et ekspanderende referencesystem.

Galaksetætheden i GR–modellen n_τ er den samme i hele Universet og faldende med tiden. Galaksetætheden i SR–modellen n_t er også faldende med tiden, men er voksende mod uendelig, når x nærmer sig $c \cdot t$:

$$n_t = \frac{n_\tau}{\sqrt{1-\left(\dfrac{x}{c\cdot t}\right)^2}}$$

Sammenhæng mellem galaksetætheder i de to modeller, se evt. ref. 4.

Beskrevet i lorentzsystemet er Universet isotropt, men ikke homogent, da galaksetætheden øges mod 'randen' af Universet. Ved at transformere mellem de to systemer, er det fx muligt at vise, at selv galakser med meget høj rødforskydning z (fx $z = 10$) ikke bevæger sig hurtigere end lyset. I SR–systemet er lysets fart præcis c og kan ikke overskrides af materielle legemer.

Desuden kan vi vise, at selv store rødforskydninger kan opfattes som en serie af små dopplerforskydninger. Eller for at være mere præcis: de store rødforskydninger opstår ved en løbende doppler-forskydning af det lys, der på sin vej passerer fra en galakse/iagttager og bevæger sig videre mod en anden nærliggende galakse/iagttager, der også følger hubbleflowet, og derfor er på vej væk fra den første – med en lille rødforskydning til følge. Denne proces sker hele tiden på lysets lange vej mod vore teleskoper.

Dette er ikke specielt for Milne–modellen: Selv om vi ikke kan 'dække' hele Universet med et enkelt lorentzsystem, når der skal tages hensyn til gravitationskræfter, kan vi altid på mindre skala i rum og tid beskrive rødforskydningsprocessen i et lokalt lorentzsystem som en dopplerforskydning. Det er en del af dnaet i Einsteins generelle relativitetsteori.

Transformationen mellem de to systemer GR og SR vil give os en indsigt i sammenhængen mellem GR–hastighed og SR–hastighed, specielt skal vi se, at

LMFKblad_2404_final.indd 11 11-11-2024 10:18:17

uanset størrelsen af rødforskydningen, så bevæger 'galaksen' sig ikke hurtigere end lyset. Det kan ses ved at transformere GR–hastigheden (som ingen øvre grænse har) til en SR–hastighed.

I artiklen omtales prikkerne på de to figurer som galakser – selv om de er masseløse!

De to systemer og transformationen mellem dem

Men nu til de to beskrivelsessystemer og transformationen mellem dem. Vi ser kun på radiale bevægelser.

GR–systemet: Vi sidder som iagttager i punktet O ('Mælkevejen'). Til tidspunktet τ_0 ('nu') betegner vi afstanden til en anden galakse (der følger hubbleflowet) med s_0. Til tidspunktet τ er afstanden til denne galakse

$$s(\tau) = a(\tau) \cdot s_0 \tag{1}$$

Afstande skaleres med skalafaktoren $a(\tau)$

Her er $a(\tau)$ skalafaktoren, som i Milne–modellen er særlig simpel, da der ikke er gravitationskræfter til at accelerere galakserne:

$$a(\tau) = k \cdot \tau = \frac{\tau}{\tau_0} \tag{2}$$

Skalafaktor i Milne–modellen

Galakserne fjerner sig fra iagttageren i O med konstant hastighed:

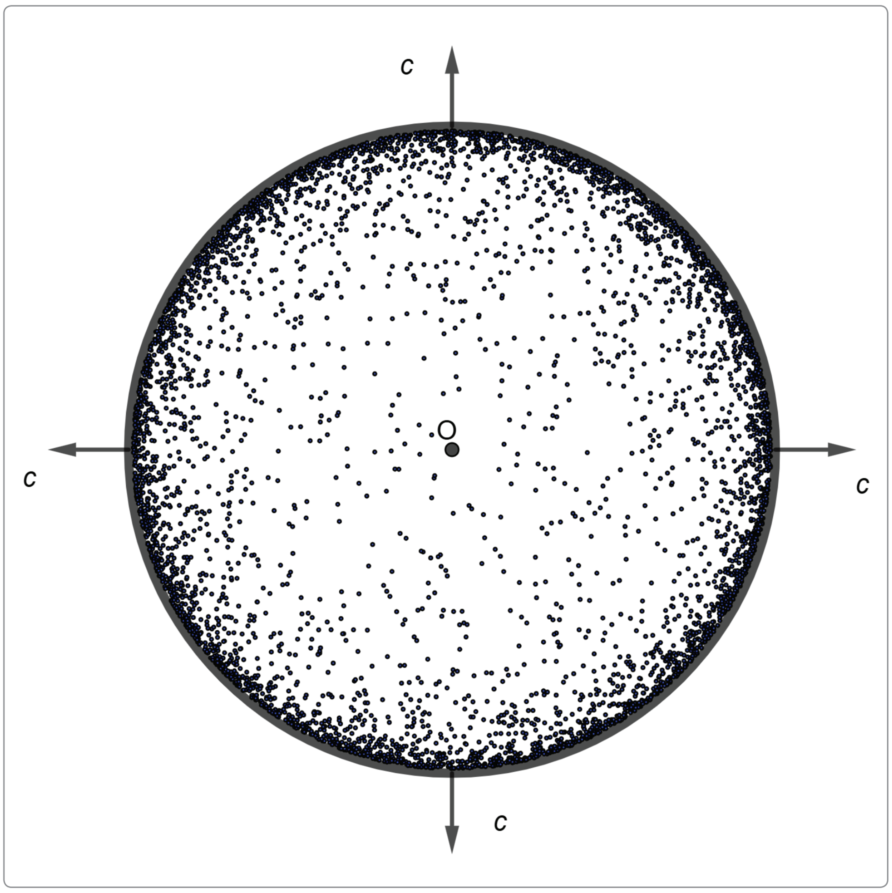
$$v_{GR} = \frac{s(\tau)}{\tau} = \frac{s_0}{\tau_0} = k \cdot s_0 \tag{3}$$

GR–hastighed for galakse

Da der ingen øvre grænse er for s_0, er der heller ingen øvre grænse for GR–hastigheden af galaksen.

Men hvordan ser beskrivelsen af galaksens bevægelse ud i GR–koordinater?

Vi (iagttageren i punktet O) sender en lysstråle fra vores position i O til tidspunktet τ_0. Lyset når den fjerne galakse til tidspunktet τ, og returnerer til iagttageren til tidspunktet τ_1 – se figur 3, hvor en lysstråle returneres fra to forskellige galakser gal 1 og gal 2. Lysets møde med galaksen fastlægger et punkt på galaksens (τ, s)–graf.



Figur 2
Milne–modellen i SR–koordinater (lorentzsystem). Universet er endeligt, begrænset af radius $x = c \cdot t$, hvor t er Universets alder og c er lysets fart. Tætheden af 'galakserne' er tiltagende mod randen af Universet og er større end i GR–modellen, lige på nær ved iagttageren i punktet O.

Hvordan bestemmer vi så sammenhængen mellem de tre tidspunkter τ_0, τ_1 og τ og deres sammenhæng med afstanden s_0 til galaksen?

Vi beregner egenafstanden s_0 på to måder – en for lysstrålens vej ud til galaksen – og en på vejen tilbage:

$$s_0 = \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{c \cdot d\tau'}{a(\tau')} = \frac{1}{k} c \cdot ln\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) \tag{4}$$

Afstand på 'udtur' til galakse

$$s_0 = \int_{\tau}^{\tau_1} \frac{c \cdot d\tau'}{a(\tau')} = \frac{1}{k} c \cdot ln\left(\frac{\tau_1}{\tau}\right) \tag{5}$$

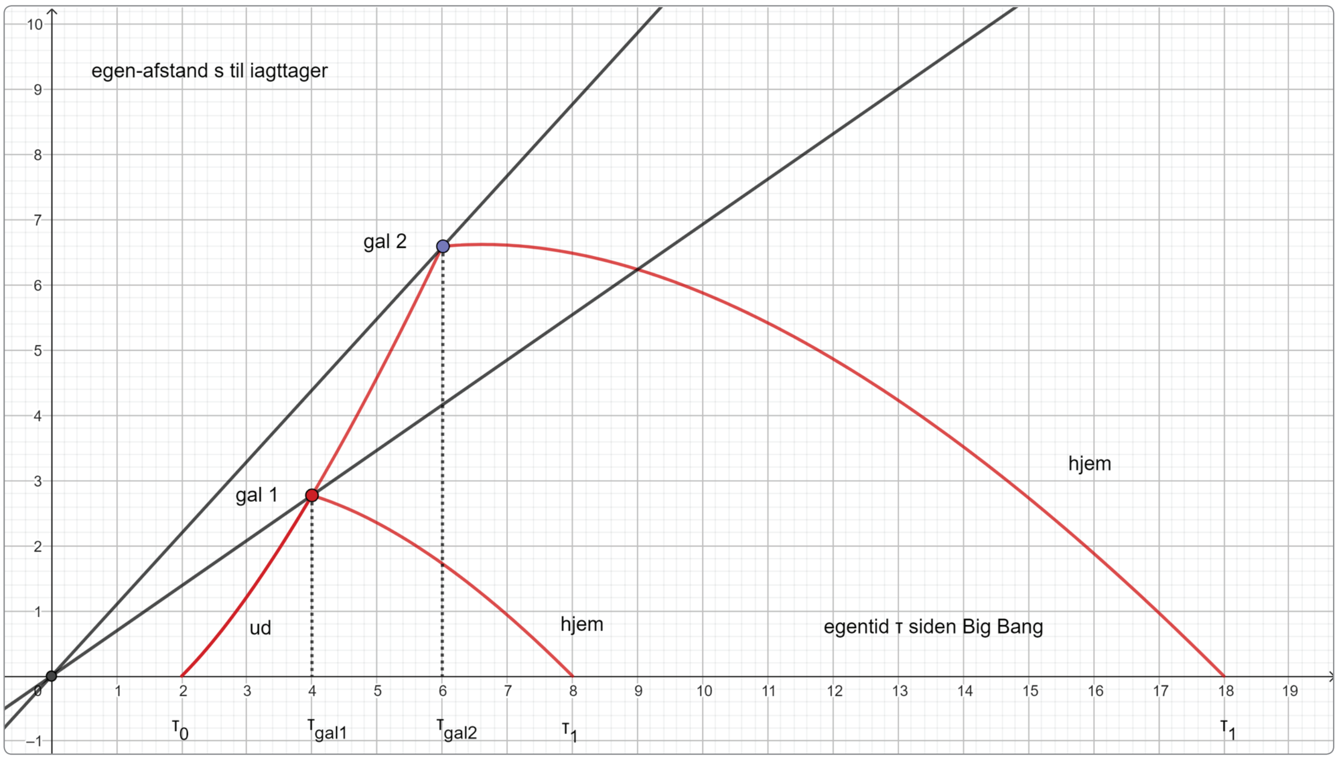
Afstand på 'hjemtur' fra galakse

Vi har her tilbageskrevet lysvejen $c \cdot d\tau'$ til tidspunktet τ_0 ved at dele med skalafaktoren $a(\tau')$.

Sammenligner vi de to udtryk for s_0, får vi sammenhængen

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{\tau_1}{\tau}$$

LMFKblad_2404_final.indd 12 11-11-2024 10:18:19



Figur 3
GR: Galaksespor (sorte) og lysspor (røde) – egentiden τ for en galakseposition fastlægges vha. en lysstråle, der returneres fra galaksen. Ud fra afsendelsestidspunktet τ_0 og returtidspunktet τ_1 beregnes det tidspunkt τ, hvor lyset ramte galaksen. Se formel (6) nedenfor. Afstanden s beregnes ved formel (7) nedenfor. Herved har vi fastlagt et punkt på galaksens (τ, s)–graf. Konstanten c er sat til 1.

Heraf:

$$\tau = \sqrt{\tau_0 \cdot \tau_1} \tag{6}$$

Ser vi som et eksempel på figur 3, galakse 1, udsendes lyset fra iagttageren kl. 2 og returnerer kl. 8. Lyset har ramt galaksen kl. $\tau = \sqrt{2 \cdot 8} = 4$.

På figuren ses også af lys-sporet, at lysets hastighed er stigende på vej ud – ikke overraskende, da Hubbles lov fortæller os, at $v_{\text{lys}} = H \cdot s + c$, hvor Hubble–ekspansionen giver medfølgerhastigheden $H \cdot s$ for en given afstand til iagttageren. Tilsvarende ses, at lyset på tilbagevejen især i begyndelsen 'kæmper' mod ekspansionen, da $v_{\text{lys}} = H \cdot s - c$. Det er særligt tydeligt for galakse 2. Størrelsen H er hubbleparameteren, som i Milne–modellen er $H = 1/\tau$.

De to formler for lysets hastighed nævnt herover er differentialligninger for lysets bevægelse, idet $v_{\text{lys}} = s'(\tau)$. Det er løsningerne til denne, der er indtegnet på figur 3. Løsningsfunktionerne for lysets bevægelse er

$$s(\tau) = \pm c \cdot \tau \cdot \ln\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) \tag{7}$$

hvor τ_0 er skæringen med tidsaksen. Fortegnet plus for bevægelse væk fra iagttageren, og fortegnet minus ved bevægelse den modsatte vej.

Benytter vi formlerne (4) og (5) sammen med (6), får vi sammenhængene

$$\tau_0 = \tau \cdot e^{-\frac{k \cdot s_0}{c}} \tag{8}$$

$$\tau_1 = \tau \cdot e^{\frac{k \cdot s_0}{c}} \tag{9}$$

Nu kan vi så beregne koordinaterne for samme begivenhed (lysets møde med galaksen) i vort SR–system.

De to tidspunkter τ_0 og τ_1 er målt af det samme ur på iagttagerens position O, og kan derfor også bruges som SR–tider. Tiden i SR ud til galaksen er identisk med tiden hjem, og lysets fart er c begge veje. Derfor er

$$x = c\frac{\tau_1 - \tau_0}{2} \tag{10}$$

$$t = \frac{\tau_1 + \tau_0}{2} \tag{11}$$

Se lyssporene i SR–koordinater på figur 4. Fx er galakseafstanden x for galakse 1

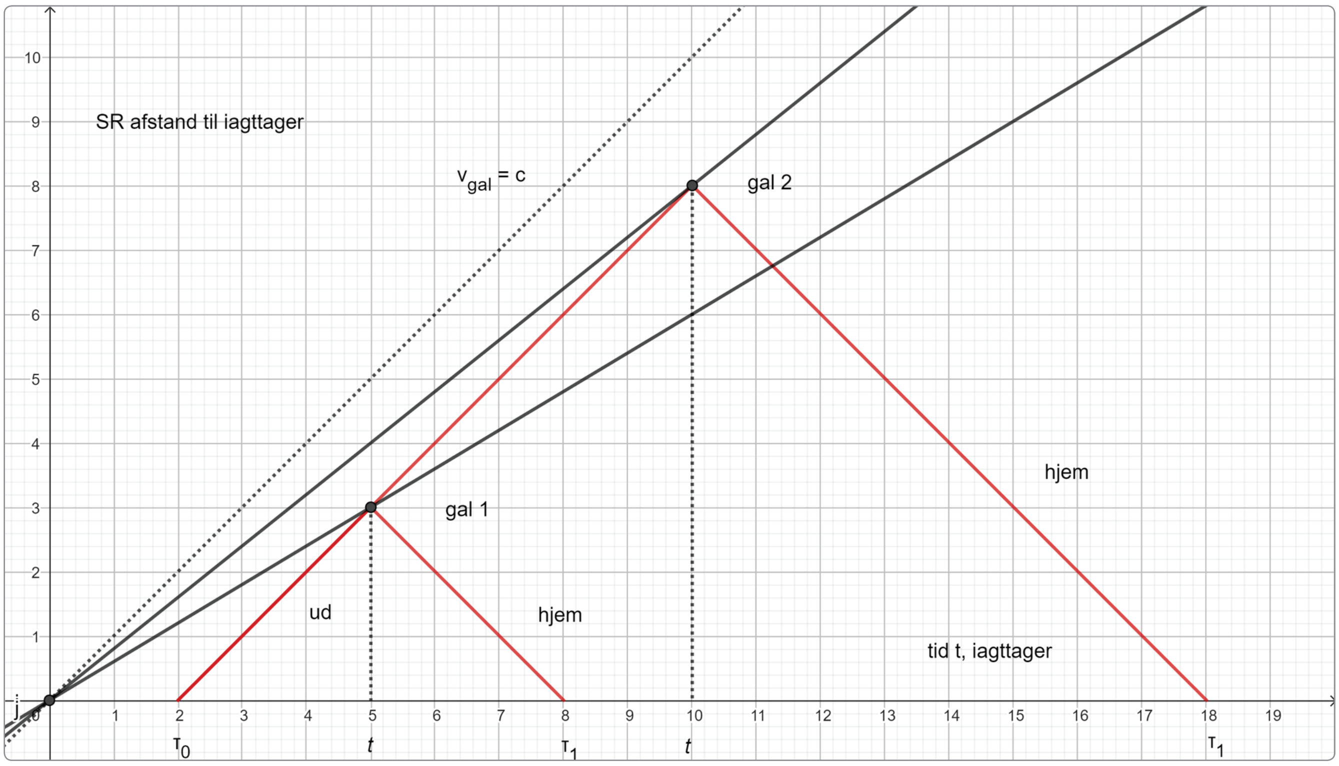
$$x = c\frac{\tau_1 - \tau_0}{2} = 1 \cdot \frac{8-2}{2} = 3$$

og tiden t er

$$t = \frac{\tau_1 + \tau_0}{2} = \frac{8+2}{2} = 5$$

som det fremgår af figuren.

LMFKblad_2404_final.indd 14 11-11-2024 10:18:21



Figur 4
SR: Galaksespor og lysspor – samme hændelsesforløb som figur 3. Tidspunktet t for en galakseposition fastlægges ved, at en lysstråle til tiden t returneres fra galaksen til iagttageren. Tidspunktet t, hvor lyset rammer galaksen, beregnes ud fra afsendelsestidspunktet τ_0 og returtidspunktet τ_1. Se formel (11) nedenfor. Lysets fart c er sat til 1.

Benytter vi nu (8) og (9), finder vi

$$x = c \cdot \tau \cdot \sinh\left(\frac{k \cdot s_0}{c}\right) \qquad (12)$$

$$c \cdot t = c \cdot \tau \cdot \cosh\left(\frac{k \cdot s_0}{c}\right) \qquad (13)$$

idet

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \text{og} \quad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

De to funktioner sinh(x) og cosh(x) opfylder i øvrigt følgende ligning:

$$\left(\cosh(x)\right)^2 - \left(\sinh(x)\right)^2 = 1$$

Benytter vi derfor (12) og (13), fås

$$c^2 \cdot t^2 - x^2 = \quad c^2 \cdot \tau^2 \qquad (14)$$

Hermed har vi både sted x og tid t i SR–systemet. Galaksens hastighed i SR–systemet er (også) konstant, og er

$$v_{\mathrm{SR}} = \frac{x}{t} = \frac{c \cdot \tau \cdot \sinh\left(\frac{k \cdot s_0}{c}\right)}{\tau \cdot \cosh\left(\frac{k \cdot s_0}{c}\right)}$$

$$= c \cdot \tanh\left(\frac{k \cdot s_0}{c}\right)$$

$$= c \cdot \tanh\left(\frac{v_{\mathrm{GR}}}{c}\right)$$

Ved at benytte (3), får vi

$$v_{\mathrm{SR}} = c \cdot \tanh\left(\frac{v_{\mathrm{GR}}}{c}\right) \qquad (15)$$

Galaksehastighed i GR– og SR–koordinatsystemer

Heraf ser vi, at galaksens SR–hastighed nærmer sig c når v_{GR}/c går mod uendelig. På figur 5 ses grafisk sammenhængen mellem v_{GR} og v_{SR}.

Rødforskydning

Hvordan kommer vi nu fra tallet for rødforskydningen z til fx emissionstidspunkt, afstand til kilden mv.?

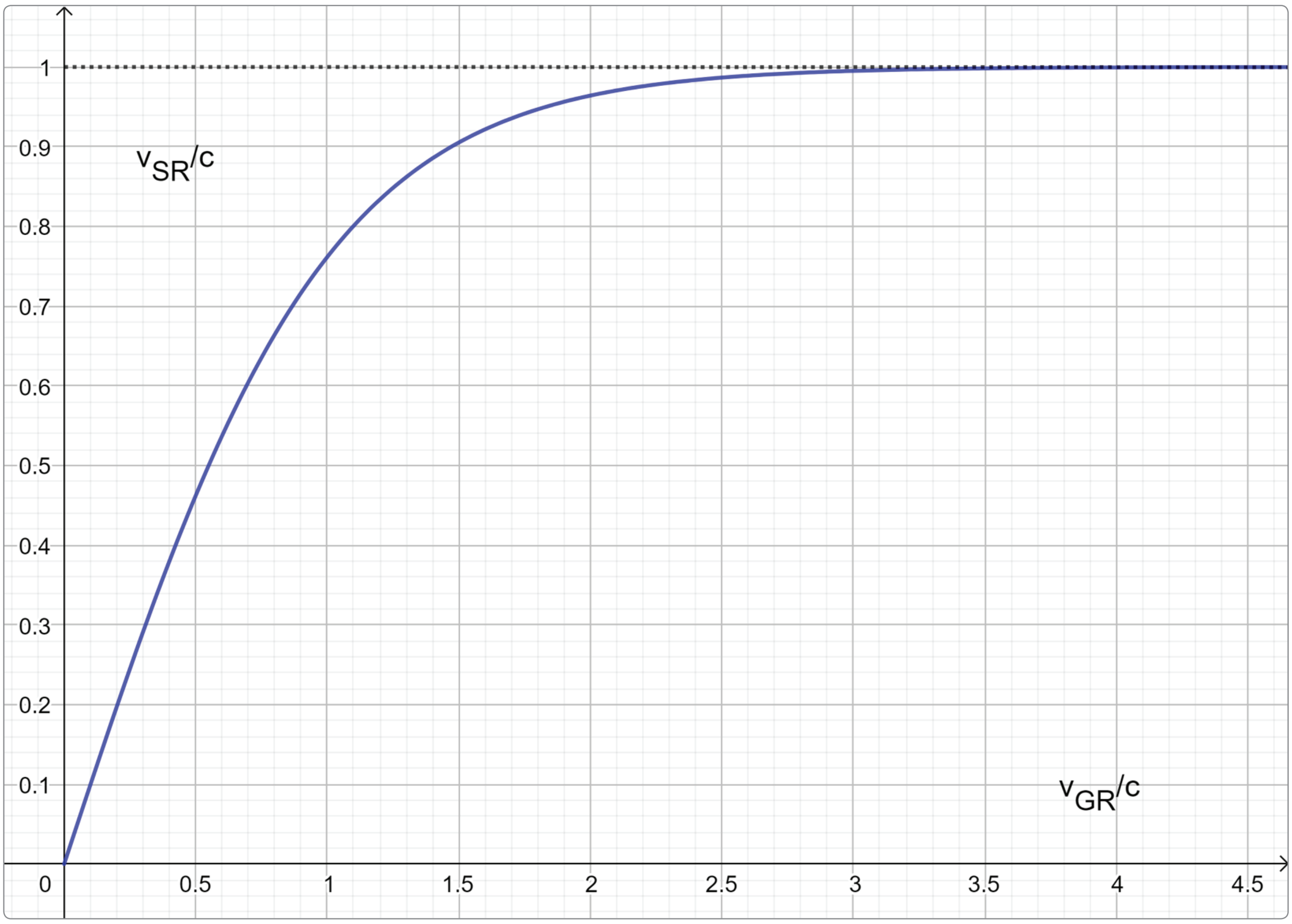
For at bestemme tidspunktet for lysudsendelsen, skal vi have skalafaktoren $a(\tau)$ i spil:

$$1 + z = \frac{\lambda_0}{\lambda_{\mathrm{e}}} = \frac{a(\tau_0)}{a(\tau_{\mathrm{e}})} \qquad (16)$$

Rødforskydning og skalafaktor

Her er τ_{e} emissionstidspunktet, λ_0 er den observerede bølgelængde og λ_{e} er bølgelængden af lyset set fra emittergalaksen (også kaldet laboratoriebølgelængden). I Milne–modellen er skalafaktoren sær-

LMFKblad_2404_final.indd 15 11-11-2024 10:18:23



Figur 5
v_{SR} som funktion af v_{GR}. Som det ses, er der ingen øvre grænse for v_{GR}, men det betyder ikke, at galaksen bevæger sig hurtigere end lyset, da $v_{SR} < c$.

lig simpel, se formel (2):

$$a(\tau) = \frac{\tau}{\tau_0}$$

Herved bliver formel (16) til:

$$1 + z = \frac{\tau_0}{\tau_e}$$

Altså er emissionstidspunktet

$$\tau_e = \frac{\tau_0}{1+z} \qquad (17)$$

Emissionstidspunkt

Fra dette emissionstidspunkt kan vi beregne afstanden til emittergalaksen på emissionstidspunktet (formel (7)):

$$\begin{aligned} s(\tau_e) &= -c \cdot \tau_e \cdot \ln\left(\frac{\tau_e}{\tau_0}\right) \\ &= c \cdot \tau_e \cdot \ln(1+z) \\ &= c \cdot \tau_0 \cdot \frac{1}{1+z} \cdot \ln(1+z) \qquad (18) \end{aligned}$$

hvor vi har benyttet (17).

Den nuværende afstand til emittergalaksen bliver derfor

$$s_0 = (1+z) \cdot s(\tau_e) = c \cdot \tau_0 \cdot \ln(1+z)$$

Endelig kan vi beregne emittergalaksens hastighed (der er konstant i denne model):

$$v = \frac{s_0}{\tau_0} = c \cdot \ln(1+z) \qquad (20)$$

Emittergalaksens hastighed

Er fx rødforskydningen $z = 10$, bliver

$$\begin{aligned} v &= c \cdot \ln(1+z) \\ &= c \cdot \ln(1+10) \approx 2{,}3979 \cdot c \qquad (21) \end{aligned}$$

Hastighed ved z = 10

Man kunne så spørge: er det hurtigere end lyset?

For at besvare dette spørgsmål, skifter vi til SR–beskrivelsen, hvor vi ved, at lysets hastighed altid er c. Vi bruger oversættelsesformlen (15):

LMFKblad_2404_final.indd 16 11-11-2024 10:18:24

$$
\begin{aligned}
v_{SR} &= c \cdot \tanh\left(\frac{v_{GR}}{c}\right) \\
&= c \cdot \tanh(2{,}3979) = 0{,}98361 \cdot c \quad (22)
\end{aligned}
$$

Som det ses, overstiger galaksehastigheden ikke lysets hastighed.

Da vi nu har beregnet emittergalaksens hastighed i SR–koordinater, kan vi her beregne rødforskydningen (som vi allerede kender!) med den velkendte SR–formel:

$$
\begin{aligned}
1+z &= \sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}} \\
&= \sqrt{\frac{1+0{,}98361}{1-0{,}98361}} = 11{,}00 \quad (23)
\end{aligned}
$$

Rødforskydning i SR

Beregningen kunne naturligvis også udføres eksakt, hvis man undlader den tilnærmede værdi i (21).

Dette viser, at vores beskrivelse kan udføres i begge koordinatsystemer, da vi kan oversætte fra GR–koordinater/hastigheder til SR–koordinater/hastigheder eller omvendt.

Inden man farer ud og råber *overlyshastighed,* må man spørge sig selv: Er det mon det specielle koordinatsystem, der er anvendt her, der giver dette sære resultat? Eller citeret fra ref. 2:

> *'Next time you hear of something strange going on in cosmology remember to think 'Is this just because of the choice of coordinate system?'*

Rødforskydning – Doppler på Doppler på…

Til sidst ser vi på, hvordan en stor rødforskydning (af nogen kaldet kosmologisk) kan opdeles i mange små dopplerforskydninger (eller mere præcist: Den store rødforskydning opstår ved en løbende dopplerforskydning over lang tid i det ekspanderende Univers).

Vi ser her på den serie af rødforskydninger, en lysbølge undergår på den lange vej i Universet fra emitter til observatør.

Bølgelængden af lyset set fra emittergalaksen kalder vi som ovenfor λ_e, og bølgelængden målt af observatøren kaldes λ_{obs}.

Bølgelængden set fra den første galakse, lyset passerer efter at have forladt emittergalaksen, betegner vi med λ_1, set fra den anden galakse kalder vi bølgelængden λ_2 osv.

Bølgelængden set fra den næstsidste galakse inden observatørgalaksen betegner vi med λ_{n-1}. Lysbølgen har således undergået i alt n rødforskydninger, når den modtages af observatøren.

Vi har identiteten

$$
\frac{\lambda_{obs}}{\lambda_e} = \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{n-1}} \cdot \frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_{n-2}} \cdot \frac{\lambda_{n-2}}{\lambda_{n-3}} \cdot \ldots \cdot \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot \frac{\lambda_1}{\lambda_e} \quad (24)
$$

Vi indfører i denne ligning den globale rødforskydning z, samt de lokale rødforskydninger Δz:

$$
\begin{aligned}
1+z = (1+\Delta z_n)\cdot(1+\Delta z_{n-1})\cdot(1+\Delta z_{n-2})\cdot \\
\ldots\cdot(1+\Delta z_2)\cdot(1+\Delta z_1) \quad (25)
\end{aligned}
$$

Hvis vi antager, at alle de lokale rødforskydninger er ens i størrelse (og som vi betegner med Δz), finder vi

$$
1+z = (1+\Delta z)^n \quad (26)
$$

Global rødforskydning z og lokal rødforskydning Δz

hvoraf

$$
\ln(1+z) = n \cdot \ln(1+\Delta z) \quad (27)
$$

Er antallet n et stort tal, vil Δz være lille, og vi kan derfor lave tilnærmelsen

$$
\ln(1+\Delta z) \approx \Delta z
$$

Derfor er:

$$
\ln(1+z) \approx n \cdot \Delta z
$$

eller

$$
\Delta z \approx \frac{\ln(1+z)}{n} \quad (28)
$$

Lokal rødforskydning

Opdeler vi fx en rødforskydning på 10 i 10.000 små rødforskydninger, bliver

$$
\Delta z \approx \frac{\ln(1+10)}{10000} = 0{,}00023979 \quad (29)
$$

Denne lokale rødforskydning svarer efter Doppler–loven til, at den efterfølgende galakse har hastigheden

$$
\begin{aligned}
v &= \Delta z \cdot c \\
&= 0{,}00023979 \cdot 300.000 \text{ km/s} \\
&= 71{,}937 \text{ km/s} \quad (30)
\end{aligned}
$$

i forhold til den forrige. Altså en helt igennem urelativistisk hastighed.

Hvis galakserne ikke med tiden ændrer hastighed (Milne–model), vil emittergalaksen have hastigheden

$$
\begin{aligned}
v_e &= n \cdot v \\
&= 10.000 \cdot 71{,}937 \text{ km/s} \\
&= 719.370 \text{ km/s} = 2{,}3979\, c \quad (31)
\end{aligned}
$$

Læg mærke til, at det var den samme hastighed, vi fandt i Milne–modellen ovenfor. I Milne–modellen (og kun i den) kan vi oversætte til en speciel relativitetsteori–hastighed, nemlig

$$
\begin{aligned}
v_{e,\,SR} &= c \cdot \tanh(2{,}3979) \\
&= 0{,}98361\, c \quad (32)
\end{aligned}
$$

Altså (stadig) ikke hurtigere end lyset!

Årsagen til den tilsyneladende 'overlyshastighed' er som nævnt det anvendte afstandsbegreb: Afstanden til galaksen er summen af lokale egenafstande (afstande målt lokalt, i hvile i forhold til tætliggende galakser på lysets spor på vejen til os). Afstandene er således ikke – på trods af de store hastigheder, der er involveret - lorenzforkortede, som i den specielle relativitetsteori. Derfor er der ingen øvre grænse for hastigheden.

LMFKblad_2404_final.indd 17 11-11-2024 10:18:26

Kunne vi have udregnet denne SR–galaksehastighed udelukkende ud fra en viden om, at galakserne på lysets vej til os parvis har en indbyrdes hastighed som angivet i (30)?

Svaret er ja – som det vises herunder.

Her skal vi 'addere' hastigheder i SR, og det gøres ved lorentztransformationen. Her skal vi dog addere 10.000 hastigheder, hver af størrelsen 71,937 km/s. Denne helt urelativistiske hastighed for fx den næstsidste galakse før iagttageren kan bruges i både GR–systemet og SR–systemet, da vi jo har oversættelsesformlen (15). For små hastigheder er der (næsten) ingen forskel i de to koordinatsystemer.

Til at addere hastigheder i SR bruger vi formlen

$$v_{\text{n, SR}} = \frac{\left(1+\frac{v}{c}\right)^n - \left(1-\frac{v}{c}\right)^n}{\left(1+\frac{v}{c}\right)^n + \left(1-\frac{v}{c}\right)^n} \cdot c \qquad (33)$$

n gentagne lorentztransformationer

hvor den anden galakse fjerner sig fra den første med hastigheden v, og den tredje galakse fjerner sig fra den anden med hastigheden v osv. Vi har med formel (33) adderet n ens hastigheder efter lorentztransformationen.

Formlen kan vises ved at indføre begrebet *rapiditet*, se evt. ref. 3. Eller også kan formel (33) vises ved induktion!

Hertil skal du bruge formlen for addition af parallelle hastigheder fra den specielle relativitetsteori:

$$v_{\text{SR}} = \frac{u+v}{1+\frac{u\cdot v}{c^2}}$$

Addition af hastigheden u til hastigheden v

Hastigheden v er målt i inertialsystemet S_1, og hastigheden u er målt i inertialsystemet S_2, som bevæger sig med hastigheden v set fra systemet S_1. v_{SR} er den resulterende hastighed set fra S_1.

Anvender vi (33) med

$$\frac{v}{c} = \frac{71{,}937 \text{ km/s}}{300.000 \text{ km/s}} = 0{,}00023979$$

får vi

$$v_{\text{10000, SR}}$$
$$= \frac{(1+0{,}00023979)^{10000} - (1-0{,}00023979)^{10000}}{(1+0{,}00023979)^{10000} + (1-0{,}00023979)^{10000}} \cdot c$$
$$= 0{,}98361\,c \qquad (34)$$

– altså samme SR–hastighed som (32).

Dette er selvfølgelig ikke en tilfældighed! For at begrunde dette, er det måske på sin plads at minde om sætningen

$$\left(1+\frac{x}{n}\right)^n \to \mathrm{e}^x \quad \text{for} \quad n \to \infty$$

Sæt her $x = \ln(11)$ og vis så, at grænseværdien ovenfor er 120/122.

Hermed ser vi den afgørende forskel på at addere hastigheder i Milne–GR–koordinater og SR–koordinater. Nemlig forskellen på formlerne (31) og (34). Igen svarende til rødforskydningen 10, som vi lagde ud med.

Formel (35) nedenfor kan også 'vendes om', så vi udtrykker hastigheden ved rødforskydningen:

$$1+z = \sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}} \qquad (35)$$

SR–formel til beregning af rødforskydning

Nu isoleres v/c :

$$\frac{v}{c} = \frac{(1+z)^2-1}{(1+z)^2+1} \qquad (36)$$

Heraf ses, at uanset størrelsen af z, vil hastigheden v ikke overstige c.

Med $z = 10$ giver (36):

$$\frac{v}{c} = \frac{(1+10)^2-1}{(1+10)^2+1} = \frac{120}{122} = 0{,}98361\ldots$$

– som forventet.

Når der er gravitationskræfter involveret, er galaksehastighederne selvfølgelig ikke konstante, heller ikke i Hubble–flowet. Derfor kan vi ikke gennemføre beregningen af emittergalaksens hastighed som ovenfor. Ikke desto mindre vil lyset fra en fjern galakse løbende undergå dopplerforskydninger på lysets vej mod den næste galakse/iagttager, der følger Hubble–flowet – indtil lyset til sidst havner i et af vores teleskoper.

Referencer

1) Simon Olling Rebsdorf, *Milnes kosmofysik*, ISSN: 1600–7433, Aarhus Universitet, css.au.dk/fileadmin/CentreScienceStudies/2012_materi-al/hosta001.pdf

2) *Cosmology, Special Relativity and the Milne Universe*, chronon.org/articles/milne_cosmology.html

3) phys.libretexts.org/Bookshelves/University_Physics/Mechanics_and_Relativity_(Idema)/11%3A_Lorentz_Transformations/11.04%3A_Rapidity_and_Repeated_Lorentz_Transformations

4) universeinproblems.com/index.php/The_Milne_Universe

5) bao.am/seminars/pdf/2022/17012022.pdf

LMFKblad_2404_final.indd 18 11-11-2024 10:18:28